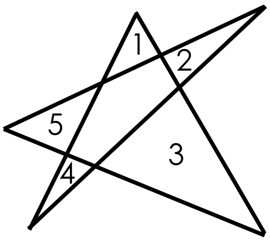
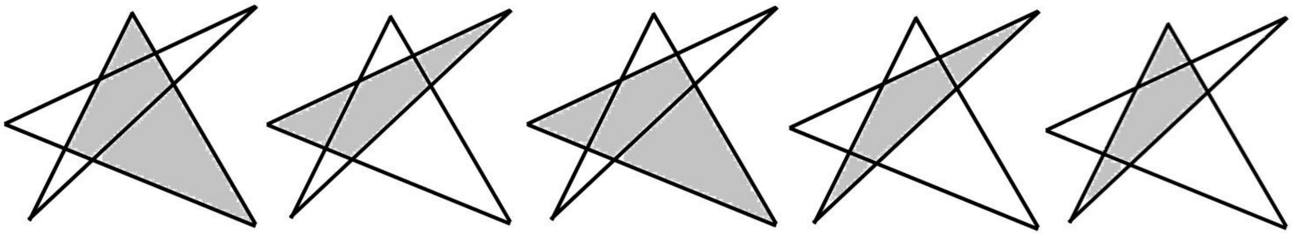
Walliser Finale vom 14 März 2026
Lösungsskizze erarbeitet vom GVJM



1. Der tanzende Stern

Es gibt 5 kleine Dreiecke (rechts durchnumeriert). Ausserdem entstehen aus je zwei kleinen Dreiecken und dem mittleren Fünfeck noch 5 grosse Dreiecke (s. unten).



Insgesamt sind es also **10 Dreiecke**.

2. Die Spielsteine

Nach einigen Versuchen stellen wir fest, dass es nicht möglich ist, 4 Spielsteine in ein Feld zu legen. In jeder der 2 Zeilen und der 2 Spalten befinden sich in den 3 Feldern jeweils 1, 2 und 3 Spielsteine.

Daraus können wir dann schliessen, dass sich oben rechts 2 Spielsteine befinden. Wir können auch 2 weitere Felder ausfüllen, um folgendes Ergebnis zu erhalten:

3	1	2
	■	1
		3

Es bleiben noch 4 Spielsteine übrig. Wenn wir nur einen einzigen unten links platzieren, geht es nicht auf, denn wir haben nicht genug Spielsteine zur Verfügung. So kommen wir zu der einzig möglichen Lösung:

3	**1**	**2**
1	■	1
2	**1**	**3**

Ergänzung: Jede Zeile kann maximal 1 + 2 + 3 = 6 Spielsteine enthalten. Zwei Zeilen enthalten maximal 12 Spielsteine, und wir haben 14. Daraus lässt sich ableiten, dass die beiden Felder in der zweiten Zeile jeweils nur einen Spielstein enthalten dürfen. Dasselbe gilt für die beiden Felder in der zweiten Spalte.

3. Die Würfel

Gehen wir Stockwerk für Stockwerk vor, beginnend von oben. Im obersten Stock sehen wir 4 Würfel. Wir wissen, dass sich unter diesen 4 Würfeln ebenfalls Würfel befinden. Wir gehen mit den anderen Stockwerken ebenso vor. Damit finden wir, wo sich die Würfel befinden. Wir können dies anhand dieser Draufsichten darstellen:

X	X		
X			X

4. Stock (grau)

X	X	X	
X	X	X	X
X		X	

3. Stock (weiss)

X	X	X	X
X	X	X	X
X		X	

2. Stock (grau)

X	X	X	X
X	X	X	X
X		X	X

1. Stock (weiss)

Wir zählen also **14 graue** (4 + 10) und **20 weisse Würfel** (9 + 11).

4. Die Multiplikation

Wir multiplizieren 8 mit einer dreistelligen Zahl und erhalten eine vierstellige Zahl, die mit 7 beginnt (7 Tausender). Wir stellen fest: Nur die Ziffer 9 kommt als Hunderter in Frage also muss die Rechnung: 8 × 93_ sein.

Von den vier verbleibenden Möglichkeiten funktioniert nur 8 x 932 = 7'456 damit alle verfügbaren Ziffern verwendet werden.
Das Ergebnis ist **7'456**.

5. Die drein Karten

Die Dame befindet sich direkt rechts neben dem König. Damit gibt es nur zwei Möglichkeiten:

K	D	J	oder	J	K	D

Das Kreuz befindet sich direkt links neben dem Buben. Damit kann von den obigen Möglichkeiten nur die erste verbleiben damit sich eine Karte links vom Buben befindet:

K	D	J
	X	

Das Herz befindet sich direkt links neben dem Kreuz. Wir finden also:

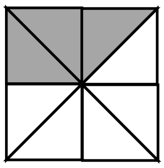
K	**D**	**J**
H	**X**	**P**

6. Die Waage
Die zweite Waage zeigt an, dass 2 weisse Päckchen genau 100 g wiegen. Jedes weisse Päckchen wiegt also 50 g.

Die erste Waage zeigt nun also an, dass 3 graue Päckchen genau 90 g wiegen (50 g + 40 g). Jedes graue Päckchen wiegt somit 30 g.

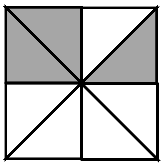
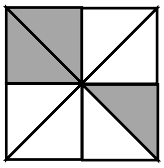
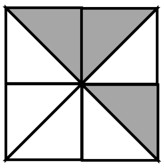
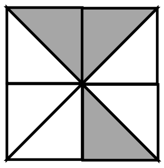
Bei der letzten Wage sind links 80 g (50 g + 30 g) und das Gewicht auf der rechten Seite ist somit ebenfalls **80 g**.

7. Die Dreiecke
Die drei schwarzen Dreiecke können wie folgt aneinandergeklebt werden:



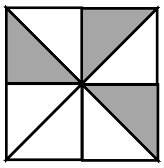
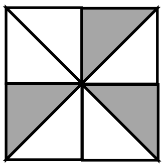
Es gibt keine anderen Möglichkeiten, drei schwarze Dreiecke aneinanderzukleben, denn alle anderen Varianten ergeben sich durch Drehung/Spiegelung.

Wir können auch zwei Dreiecke aneinanderkleben, um ein Quadrat (oder ein grosses Dreieck) zu bilden. Der Abstand zwischen diesem Quadrat (oder diesem grossen Dreieck) und dem dritten schwarzen Dreieck kann 1 oder 2 weisse Dreiecke betragen:

Wiederum gehen alle anderen Kombinationen aus Spiegelungen/Drehungen hervor.

Schliesslich können wir diese 3 schwarzen Dreiecke trennen. Dafür stehen 5 weisse Zwischenräume zur Verfügung. Die Abstände können 1, 1 und 3 oder 1, 2 und 2 betragen:

Es gibt also **7 Möglichkeiten**.

8. Das Marienbad-Spiel

In der 3. Runde entfernt Bart 6 Stäbchen. Er muss dies in der Reihe mit 7 Stäbchen (4. Reihe) tun, die zu diesem Zeitpunkt intakt sein muss (hätte jemand zuvor 2 entfernt, wären nur noch 5 übrig). In den ersten beiden Runden mussten Bart und Marie jeweils 2 Stäbchen aus den Reihen mit 3 Stäbchen (2. Reihe) und 5 Stäbchen (3. Reihe) entfernen oder beide Male aus Reihe 3. Hier sind alle Möglichkeiten :

<table>
<tr><th rowspan="2">Bart nimmt 2 aus Reihe</th><th rowspan="2">Marie nimmt 2 aus Reihe</th><th rowspan="2">Bart nimmt 6 aus Reihe</th><th colspan="4">Es bleiben</th></tr>
<tr><th>in Reihe Nr 1</th><th>in Reihe Nr 2</th><th>in Reihe Nr 3</th><th>in Reihe Nr 4</th></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

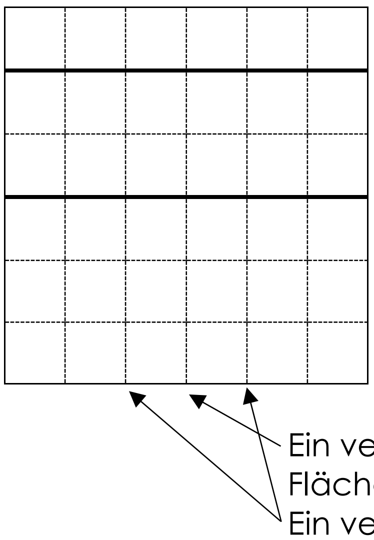
Marie ist am Zug und findet in allen Fällen dieselbe Situation wieder: 3 Reihen mit je 1 Stäbchen und 1 Reihe mit 3 Stäbchen.

Sie muss die **3 Stäbchen** nehmen. Der weitere Spielverlauf ist vorgegeben: Bart nimmt sich 1, Marie ein weiteres und Bart das letzte.

9. Das Quadrat von Le Corbusier

Das Quadrat mit einer Seitenlänge von 6 wird durch 3 vertikale oder horizontale Segmente in 6 Teile unterteilt. Diese 3 Segmente können nicht alle parallel zueinander verlaufen, da es sonst nur 3 Teile gäbe. Es gibt also 2 horizontale Segmente und 1 vertikales Segment oder umgekehrt, was (bis auf eine Drehung) dasselbe ist.

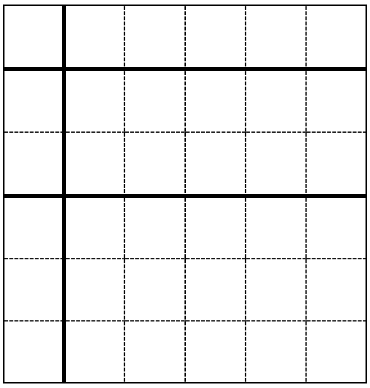
Die 2 horizontalen Segmente müssen das Quadrat in 3 verschiedene Teile schneiden, da es sonst zwangsläufig 2 Teile mit gleicher Fläche gäbe:



Ein vertikales Segment hier erzeugt drei identische Flächenpaare

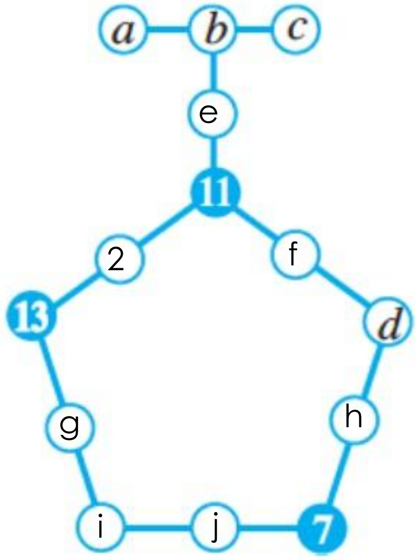
Ein vertikales Segment hier erzeugt zwei Gebiete mit vier Kacheln

Das vertikale Segment muss die erste (oder letzte) Spalte abtrennen.



Die Flächen sind dann in aufsteigender Reihenfolge: **1, 2, 3, 5, 10, 15**.

10. Der Detektor



Die Zeichnung nebenan hilft uns die Lösung zu formulieren: Die Zahl 2 finden wir sofort.
i + j = h + d = 19 (da 19 + 7 = 26)
Werte für i und j bzw. für h und d:

- 14 und 5
- ~~13 und 6 (nein, da 13 bereits verwendet wird)~~
- ~~12 und 7 (nein, da 7 bereits verwendet wird)~~
- ~~11 und 8 (nein, da 11 bereits verwendet wird)~~
- 10 und 9

Wir wissen, dass i, j, h und d die Werte 14, 5, 10 und 9 annehmen werden. Wir wissen jedoch nicht, welcher Buchstabe welchen Wert annimmt.

Es bleiben noch die Zahlen 1, 3, 4, 6, 8 und 12, die auf die anderen Scheiben verteilt werden müssen.
Nun gilt a + b + c = 26, was nur mit 6, 8 und 12 möglich ist.

- ~~b = 6 und e = 9 ist nicht möglich (9 ist bereits vergeben)~~
- ~~b = 8 und e = 7 ist nicht möglich (7 ist bereits verwendet)~~
- b = 12 und e = 3 ist möglich (also richtig)

Die beiden letzten Kreise (g und f) enthalten somit 1 und 4.

- ~~g = 1 und i = 12 ist nicht möglich (12 ist bereits vergeben)~~
- g = 4 und f = 1 und damit auch d = 14.

Wir finden die einzige Lösung: **b = 12 und d = 14.**

11. Die verwirrte Kassiererin

Wir erstellen eine Tabelle aus den möglichen Einern (horizontal) und Zehnern (vertikal) und führen jeweils die fehlerhafte Rechnung aus (im schwarzen Feld steht zu 23 : $2^2 + 3^2 = 13$):

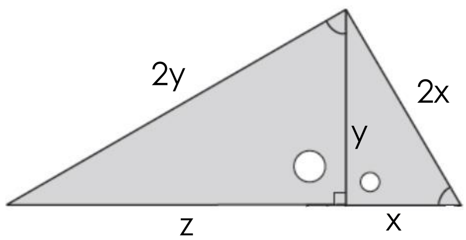
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	5	10	17	26	37	50	65	82
2	4	5	8	13	20	29	40	53	68	85
3	9	10	13	18	25	34	45	58	73	90
4	16	17	20	25	32	41	52	65	80	97
5	25	26	29	34	41	50	61	74	89	106
6	36	37	40	45	52	61	72	85	100	117
7	49	50	53	58	65	74	85	98	113	130
8	64	65	68	73	80	89	100	113	128	145
9	81	82	85	90	97	106	117	130	145	162

13 ist jedoch nicht gleich 23 – 1, daher ist diese Antwort nicht zulässig. Allerdings gilt: 32 + 52 = 35 – 1 und 72 + 52 = 75 – 1. Dies sind Fälle, die der Aufgabenstellung entsprechen.

Es gibt **zwei Lösungen**: Mathilde hat für ihr Spiel entweder **34 Euro** oder **74 Euro** bezahlt.

12. Die vier Geodreiecke

Wir betrachten die beiden kleinsten Dreiecke und versuchen herauszufinden, mit welchem Faktor wir die Fläche des kleinen Dreiecks multiplizieren müssen, um die Fläche des grossen Dreiecks zu erhalten.
Wenn wir diesen Faktor finden, können wir damit auch die Fläche der anderen Dreiecke berechnen.



Mit Pythagoras Satz finden wir:

$$y = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3x^2} = \sqrt{3}x$$

$$2y = 2\sqrt{3}x$$

Erneute Verwendung von Pythagoras ergibt :

$$z = \sqrt{(2y)^2 - y^2} = \sqrt{3y^2} = \sqrt{3}y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x = 3x$$

Damit sind die Flächen jeweis $\frac{xy}{2}$ (kleines Dreick) und $\frac{zy}{2} = \frac{3xy}{2}$ (grosses Dreick).
Die Fläche des grösseren Dreicks ist somit 3x grösser als die des kleineren.

In der Aufgabe finden wir also für das grösste Dreieck eine Fläche von **702 cm²** (26 × 3 × 3 × 3).

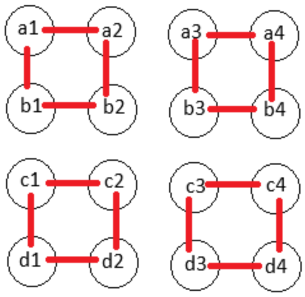
13. Jeden Tag Brot
Der erste Bäcker kann montags, dienstags, mittwochs, donnerstags, freitags, samstags oder sonntags schliessen. Egal an welchem Tag dieser schliesst, hat der zweite Bäcker 7 mögliche Schliesstage. Die ersten beiden Bäcker haben 7 × 7 = 49 Möglichkeiten, ihre Bäckerei jeweils an einem Tag pro Woche zu schliessen.

Bei 5 Bäckern gibt es insgesamt 7^5 = 16'807 Möglichkeiten.

Allerdings müssen 7 Möglichkeiten abgezogen werden (die, bei denen alle Bäcker am selben Wochentag geschlossen haben).

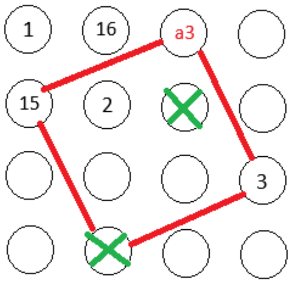
Es gibt also **16'800 Möglichkeiten**.

14. Die fantastischen Quadrate
Zunächst bestimmen wir die Summe, die in jedem Quadrat erreicht werden soll: Die Summe der Zahlen von 1 bis 16 beträgt 136 (16 × 17/2). Jedes Quadrat muss also eine Summe von 34 (136/4) ergeben.

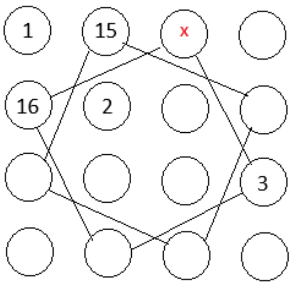


(Man gelangt zum gleichen Ergebnis, wenn man feststellt, dass der Durchschnitt aller Felder 8,5 beträgt und somit ein Quadrat eine Summe von 4 × 8,5 = 34 ergibt)

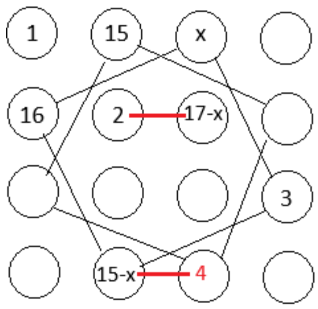
Man muss also die Zahlen 15 und 16 in das erste Feld oben links eintragen. Wir haben zwei Möglichkeiten:



Die erste Variante funktioniert nicht, da die beiden grün markierten Felder dieselbe Zahl enthalten sollten (16-a3). Die einzige Möglichkeit ist daher:

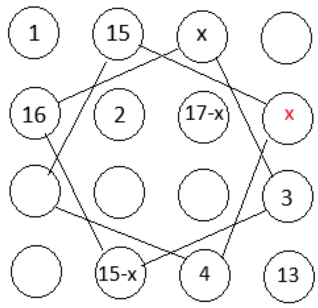


Wenn wir die Felder entsprechend x ausfüllen, erhalten wir:

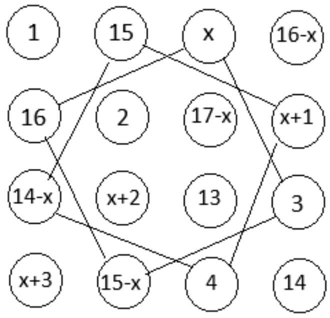


Nun gilt aber b2 + b3 = d2 + d3 = 19 - x (da 19 - x + c2 + c3 = 34). Daraus schliessen wir, dass d3 = 4 ist. In das Feld unten rechts müssen wir also die Zahlen 13 und 14 eintragen.

d4 = 13 führt zu einem Widerspruch: b3 + b4 = 17, aber b4 darf nicht x sein welches sich schon im Feld a3 befindet



also ist d4 = 14 und c3 = 13. Wir ergänzen die Tabelle mit x:



Es müssen noch die Zahlen von 5 bis 12 verteilt werden auf die Felder mit: x, x+1, x+2, x+3 sowie 14-x, 15-x, 16-x et 17-x

Die geht sowohl für x=5 und für x=9.

Es gibt also **2 Lösungen**:

Für x=5, enthält die letzte Zeile **8, 10, 4, 14**.

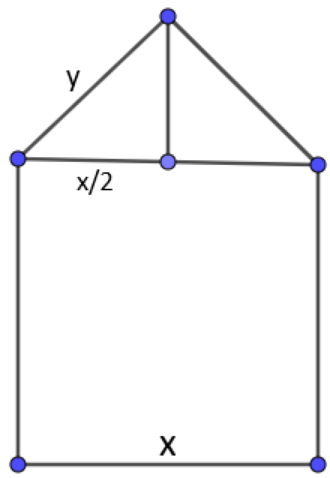
Für x=9, enthält die letzte Zeile **12, 6, 4, 14**.

15. Der seltsame Kaktus

Wir beginnen damit, die Fläche jedes Quadrats in Abhängigkeit der Fläche des Quadrats der vorherigen Generation zu bestimmen.

Ist x die Seitenlänge des Quadrats der vorherigen Generation, so beträgt die Seitenlänge der nächsten Generation (Satz des Pythagoras):

$$y = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{x^2}{2}}$$



Die Fläche eines Blattes der nächsten Generation ist also $y^2 = \frac{x^2}{2}$ (halb so gross wie das Mutterblatt)

Ausgehend vom ersten Blatt mit einer Fläche von 16dm2:
Im ersten Jahr entstehen zwei Blätter mit je 8 dm2 (u1=16)
Im zweiten Jahr entstehen zwei Blätter mit je 4 dm2 (u2=8)

Die jährlich hinzugefügte Fläche nimmt jedes Jahr um einen Faktor ½ ab. Die Gesamtfläche ist also gegeben durch 16 (Anfang) + S16 (die Summe der darauffolgenden 16 Jahre)

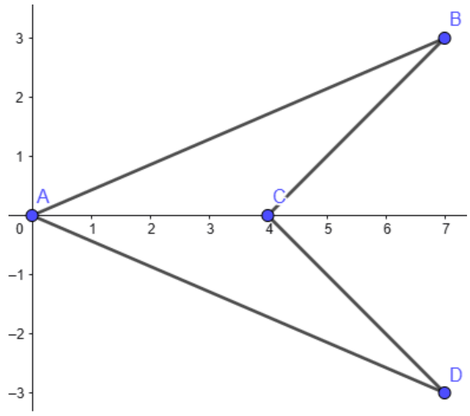
Die Summer einer geometrischen Reihe mit Faktor r und n Summanden lautet $S_n = u_1 \frac{1-r^n}{1-r}$. Daraus folgt für unseren Fall,

$$S_{16} = \frac{16\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{16}\right)}{\frac{1}{2}} = 2^5\left(1-\frac{1}{2^{16}}\right) = 2^5 - \frac{1}{2^{11}} = 32 - \frac{1}{2048}$$

Also ist die **Gesamtfläche** $\mathbf{16 + 32 - \frac{1}{2048} = \frac{98303}{2048}}$

16. Das seltene Quadrat

Die größte Schwierigkeit bei dieser Aufgabe besteht darin, die Definition von „pianable“ zu verstehen, die sich wie folgt umformulieren lässt:
Es muss mindestens ein Punkt auf der Ebene gefunden werden, für den der Abstand des Punktes zu jeder Trägergeraden proportional zur Länge der Seite ist. Das vorgeschlagene Viereck sieht wie folgt aus:



Es ist zu beachten, dass es sich um eine Speerspitze handelt die symmetrisch zur Achse Ox ist. Die Seiten AB und AD sind gleich lang, ebenso die Seiten BC und CD.

Wir suchen also einen Punkt, der den gleichen Abstand zu AB und AD hat; er muss auf der Winkelhalbierenden des Winkels A liegen. Aus dem gleichen Grund muss er auf der Winkelhalbierenden des Winkels C liegen. Diese beiden Winkelhalbierenden fallen jedoch zusammen; es handelt sich in beiden Fällen um die Gerade y = 0.

Es genügt also, die Abstände eines Punktes P(a,0) zu den Geraden (AB) und (BC) zu berechnen und die Proportionalität zu den Längen der Seiten AB und BC mithilfe der Vektorgeometrie zu überprüfen.

$$\overrightarrow{AB} = \binom{7}{3}, \qquad \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{7^2+3^2} = \sqrt{58}$$
$$\overrightarrow{BC} = \binom{-3}{-3}, \qquad \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-3)^2+(-3)^2} = \sqrt{18}$$

Gleichungen der Geraden :

$$(AB)\ :\ 3x - 7y = 0 \quad \delta\big(P,(AB)\big) = \frac{|3a-0|}{\sqrt{3^2+(-7)^2}} = \frac{|3a|}{\sqrt{58}}$$

$$(BC)\ :\ x - y - 4 = 0 \quad \delta\big(P,(BC)\big) = \frac{|a-0-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|a-4|}{\sqrt{2}}$$

Wir verlangen das Verhältnis $\frac{\delta(P,(AB))}{\sqrt{58}} = \frac{\delta(P,(BC))}{\sqrt{18}}$

Was uns zu folgender Gleichung führt: $\frac{|3a|}{58} = \frac{|a-4|}{6} \sim 18a = \pm 58(a-4)$

Es gibt **2 Lösungen:**

-40a = -232 und somit **a = 5.8**
76a = 232 und somit **a = 3.053**

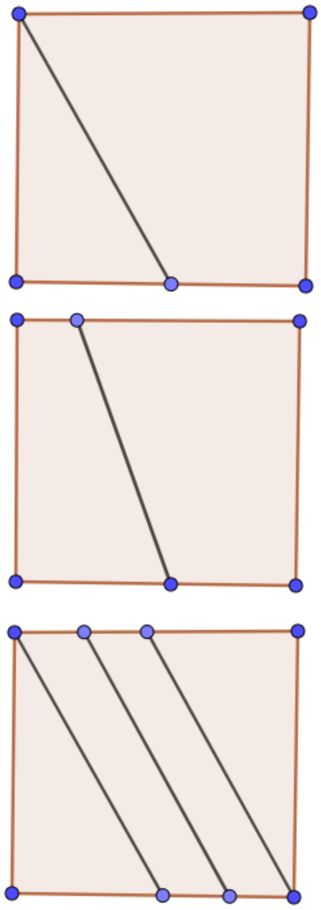
17. Die Aufteilung des Quadrats

Hier geht es darum, die Länge eines Segments zu maximieren, das zwei Seiten eines Quadrats verbindet, um ein Polygon mit der Fläche ¼ zu bilden.

Dies kann auf zwei verschiedene Arten geschehen:

1) Wenn wir zwei benachbarte Seiten des Quadrats verbinden, bilden wir ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse für die Fläche von ¼ maximiert werden muss. Dies geschieht, indem man eine Seite der Länge 1 und eine andere der Länge ½ wählt.

2) Wenn wir zwei gegenüberliegende Seiten des Quadrats verbinden, erhalten wir ein rechtwinkliges Trapez, bei dem die Länge der letzten Seite maximiert werden muss. Dies geschieht durch Maximierung der Differenz zwischen den beiden Grundseiten, und somit wird die maximale Länge mit Grundseiten von 0 und ½ erreicht. Also wie in Fall 1.



Überprüfen wir abschließend, ob man 4 Teile gleicher Fläche bilden kann: Die Länge des Segments beträgt also $\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Mit dem gegebenen Wert für die Wurzel aus 5 erhalten wir **1.118 dm**

18. Das bewegliche Viereck

Die isoperimetrischen Sätze besagen:

a) Bei gegebenem Umfang ist das Polygon mit der größten Fläche das regelmäßige Polygon.

b) Wenn die Seiten unterschiedliche Längen haben, ist das Polygon mit der größten Fläche das in einen Kreis einbeschreibbare Polygon.

Bei den Seiten a, b, c und d ergibt sich die Fläche des einbeschreibbaren Polygons aus der verallgemeinerten Heron-Formel (Brahmagupta-Formel) für Vierecke

$$A = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

wobei s der halbe Umfang des Vierecks ist. In unserem Beispiel (s=5, a=1, b=2, c=3, d=4). Daraus folgt

$$A = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Mit der gegebenen Näherung finden wir **4.90 dm².**