14e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne - 10 novembre 1999

Solutions

1. La pelle

Prix d'un marteau = 45 : 3 = 15 fr.

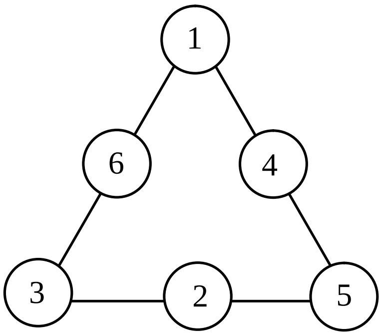
Prix d'une voiture = $42 - 2 \cdot 15 = 12$ fr.

Prix d'un marteau et d'une voiture = 15 + 12 = 27 fr.

Prix d'une pelle = 47 – 27 = **20 francs**.

2. Le triangle magique

Voici une des solutions :



3. Calculs en chaîne

Le plus grand nombre que l'on peut obtenir est **60**. Voici deux opérations qui conduisent à 60 :

40 : 5 = 8 ; 8 + 5 = 13 ; $13 \cdot 5 = 65$; 65 – 5 = 60.

40 – 5 = 35 ; 35 : 5 = 7 ; 7 + 5 = 12 ; $12 \cdot 5 = 60$.

4. Epidémie de grippe

La donnée nous permet de savoir qu'il y a un élève de plus en 5e qu'en 4e et un élève de plus en 6e qu'en 5e. On cherche alors 3 nombres consécutifs dont la somme donne 72. S'il y avait le même nombre d'élèves dans les 3 classes, il y aurait 24 élèves dans chacune des classes. Cela veut dire qu'il y a 23 élèves en 4e et **25** en 6e.

5. Le numéro de la maison de Claudine

Voici la suite des numéros à 2 chiffres qui correspondent à « Si elle retranche 1 du numéro, le résultat est divisible par 2 et par 7 » : 15, 29, 43, 57, 71, 83 et 99. Parmi ces nombres, seul 57 joue avec « si elle retranche 2 du numéro, le nombre est divisible par 5 ».

Le numéro de la maison de Claudine est **57**.

6. Photo de groupe

Soit A, B et C les 3 filles qui sont derrière. Il y a 6 manières différentes de les placer : ABC, ACB, BAC, BCA, CAB et CBA.

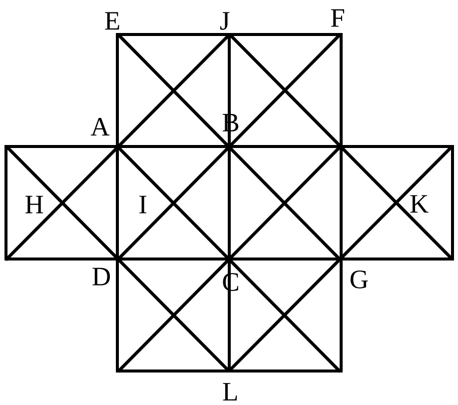
Il y aura également 6 manières de placer les 3 garçons à l'avant.

On va pouvoir mettre ABC avec les 6 manières de placer les garçons, soit 6 manières différentes.

On va pouvoir mettre ACB avec les 6 manières de placer les garçons, soit 6 manières différentes. Etc.

Au total, il va y avoir **36 manières différentes** ($6 \cdot 6$).

7. Que de carrés !



Il y a 8 carrés de la même grandeur que le carré ABDC.
Il y a 2 carrés de la même grandeur que le carré EFGD.
Il y a 4 carrés de la même grandeur que le carré DLGB.
Il y a 9 carrés de la même grandeur que le carré AIDH.
Il y a le carré JKLH.
Nous avons alors un total de **24 carrés** (8 + 2 + 4 + 9 + 1).

8. Nombres mystérieux

Du premier nombre, on peut dire ceci : il est inférieur à 334 car 334 · 3 = 1002 (le 3e nombre doit être inférieur à 1000) ; il est égal ou supérieur à 123 (3 chiffres différents) ; le chiffre du milieu est 2 ou 7 (pour avoir un 5 au milieu du 2e nombre) ; le chiffre de droite est 6 ou 7 ou 8 ou 9 (car il doit y avoir une retenue de 1).

Dans ces conditions, le premier nombre est 126 ou 127 ou 128 ou 129 ou 176 ou 178 ou 179 ou 276 ou 278 ou 279 ou 326 ou 327 ou 328 ou 329.

En faisant le double et le triple de chacun de ces 14 nombres, on s'aperçoit que seuls les nombres 327, 654 et 981 respectent les règles.
Le 3e nombre est **981**.

9. Pyromath

Le tableau suivant donne la correspondance entre le nombre d'étages et le nombre d'allumettes. La relation x (x + 2) est assez facile à voir (1 · 3 = 3 ; 2 · 4 = 8 ; 3 · 5 = 15 ; etc.)

Nombre d'étages	1	2	3	4	5	x
Nombre d'allumettes	3	8	15	24	35	x (x+2)

Pour trouver le nombre d'étages formés de 9999 allumettes, soit on résout l'équation x (x + 2) = 9999 ou alors on cherche par tâtonnements un nombre qui multiplié par un nombre plus grand de 2 unités donne 9999.

Comme 99 · 101 = 1999, le nombre d'étages cherché est **99**.

10. Carnet de bal

Disons que Maria est la première femme, Olga la 2e, Julie la 3e, etc. On peut alors construire le tableau suivant. S'il n'y avait eu que 3 femmes, la dernière (3e) aurait dansé avec tous les hommes (9) et il y aurait eu 12 personnes à ce bal. La différence entre la xème femme et le nombre d'hommes est toujours de 6. On cherche alors deux nombres dont la différence est 6 et la somme 42. Ces deux nombres sont 18 et 24.

Femmes	Hommes	Total
1ère	7	8
2e	8	10
3e	9	12
4e	10	14
…	…	…
18e	24	42

Il y avait donc **18 femmes** à ce bal.

11. Le virus

Dans le tableau suivant, on s'occupe du premier tableau de la donnée, celui où deux prénoms sont placés correctement. Il y a dix cas possibles. Les cases x représentent les emplacements corrects des maîtres. Dans les cases vides, les emplacements sont faux.

	3A	3B	3C	3D	3E
	Alex.	Yvan	Nic.	Clau.	Aug.
1	x	x			
2	x		x		
3	x			x	
4	x				x
5		x	x		
6		x		x	
7		x			x
8			x	x	
9			x	x	
10			x		x

Regardons chacun des cas en sachant que si deux prénoms sont placés correctement, alors ce sont les trois autres qui doivent être justes dans le second (entre le premier tableau de la donnée et le second, ils ont tous changé de classe).

Cas 1 : Alexandra et Yvan sont placés correctement. Nicolas, Claude et Augustin doivent être justes dans le second tableau de la donnée. Or, Augustin est en 3A, ce qui n'est pas possible car cette classe est occupée par Alexandra.

Cas 2 : Alexandra et Nicolas sont placés correctement. Yvan, Claude et Augustin doivent être justes dans le second tableau de la donnée. Or, comme dans le cas 1, Augustin est en 3A, ce qui n'est pas possible car cette classe est occupée par Alexandra.

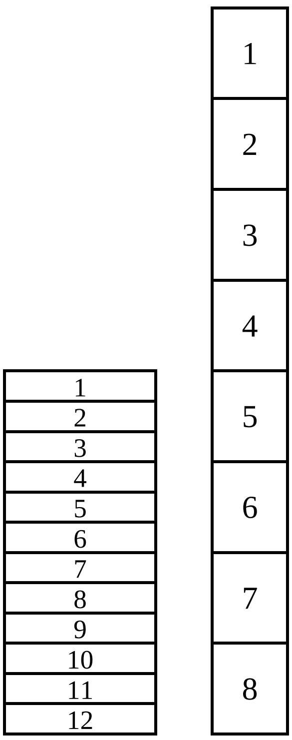
Cas 3 : impossible pour les mêmes raisons que dans les cas 1 et 2.

Cas 4 : Alexandra et Augustin sont placés correctement. Yvan, Nicolas et Claude doivent être justes dans le second tableau de la donnée. Or, Yvan ne peut pas être en 3E, place occupée par Augustin.

On continue ainsi et on constate que seul le cas 8 est possible. En effet, Nicolas et Claude sont placés correctement. Alexandra, Yvan et Augustin doivent être dans la bonne classe dans le second tableau, ce qui joue parfaitement car aucun d'eux n'occupe les classes 3C et 3D. D'où la solution :

3A	3B	3C	3D	3E
Augustin	**Alexandra**	**Nicolas**	**Claude**	**Yvan**

12. Les bougies



Sur la colonne de gauche est représentée la bougie la plus courte (moitié moins longue que celle de droite) qui s'est consumée en 12 heures.

La colonne de droite représente la mince bougie qui a mis 8 heures pour se consumer.

Si on les allume en même temps, on constate que c'est après **6 heures** qu'elles ont la même longueur.

13. Carton rouge

Le tableau suivant a été construit en prenant d'abord 2 cartes, puis 3 cartes, puis 4 cartes, puis 5 cartes, etc.

Nombre total de cartes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Numéro de la carte restante	1	3	1	3	5	7	1	3	5	7	9	11	13	15	1	3

On constate que la carte restante est 1 pour un nombre de cartes qui est une puissance de 2 : 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, etc.

Entre deux puissances de 2, la suite est évidente : 3, 5, 7, 9, 11, 13, etc.

Quand on avance de x unités dans le nombre total de cartes, on avance de 2x unités pour trouver le numéro de la carte restante. Ainsi, 1999 – 1024 = 975. $975 \cdot 2 = 1950$. Alors, le numéro cherché est **1951** (1950 + 1).

Nombre total de cartes	1024	1025	1026	1027	…	1999
Numéro de la carte restante	1	3	5	7	…	1951

14. La traversée difficile

Soit x = le nombre d'élèves et y = le nombre de professeurs.

Pour faire passer 2 élèves, il faut 1 traversée. Pour faire passer 3 élèves, il faut 3 traversées (2 pour aller, 1 pour revenir et 2 pour traverser). Pour faire passer 4 élèves, il faut 5 traversées. Pour faire passer x élèves, il faut 2x – 3 traversées (la barque se trouve maintenant de l'autre côté de la rivière).

Pour faire passer 1 professeur, il faut 4 traversées (2 élèves pour aller, 1 élève pour revenir, 1 professeur pour aller, 1 élève pour revenir). Pour faire passer 2 professeurs, il faut 8 traversées (2 fois ce qui a été fait avec 1 professeur). Pour faire passer y maîtres, il faut 4y traversées (la barque est au départ de la traversée).

Pratiquement, on va faire passer tous les professeurs et ensuite tous les élèves.

On a le système d'équations suivantes : x + y = 1991 et 2x – 3 + 4y = 4235. D'où on obtient x = 1863 et y = 128. Il y a **1863 élèves** dans cette école.