Qualifications régionales valaisannes

19ème championnat - 10 novembre 2004

Solutions

1. La poste

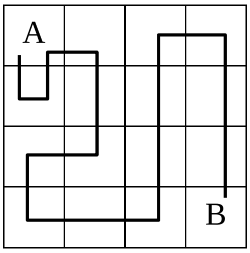
Michel met 30’ pour aller à l’école. Comme la poste est à mi-chemin entre son domicile et l’école, il va mettre 15’ pour aller à la poste. En partant à 15 h, il arrivera à la poste à **15 h 15**.

2. Les Dupuis

Quelques essais permettent de trouver que les enfants ont 3, 5, 7 et 9 ans. L’aîné à **9 ans**.

La prison

Voici un des chemins possibles.



4. Les grenouilles

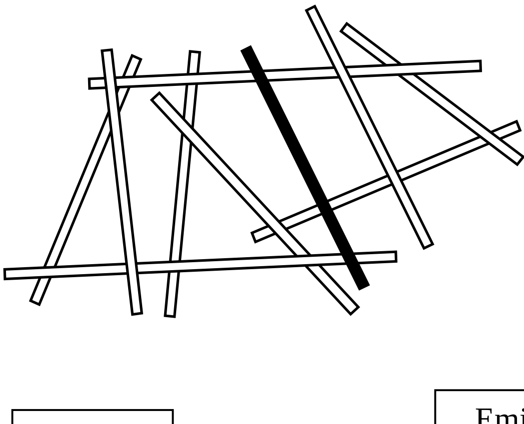
Construisons un tableau et complétons-le jusqu’à ce qu’à ce que l’on ait 35 comme total entre les pattes et les queues.

Nombre de têtards	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de queues des têtards	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de grenouilles	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pattes des grenouilles	4	8	12	16	20	24	28
Nombre total de queues et de pattes	5	10	15	20	25	30	35

Avec **7 grenouilles**, on a un nombre total de pattes et de queues qui donne 35.

5. Les pièces de bois

Il n’y a qu’une seule pièce qui s’appuie sur 3 autres pièces. Pour s’en convaincre, il faut essayer avec de vraies allumettes.



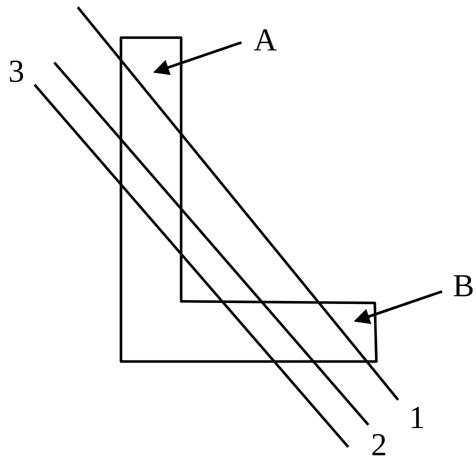
6. Les cousins

René n’a pas de sœur tandis que Luc en a deux. Alors, René ne fait pas partie de la même famille que Luc. Luc a deux sœurs, ce sont forcément Fanny et Jeanne. Yann est fils unique. Comme il y a une famille avec 4 enfants,

Luc Fanny Jeanne	Yann	Emile René Paul Tanguy

nous avons forcément les 3 familles suivantes :

Les frères et sœurs de Jeanne sont **<u>Fanny et Luc</u>**.



7. Le découpage

Une première coupe (ligne 1) partage la forme en 3 morceaux. Une deuxième coupe (ligne 2), permet d'obtenir 7 morceaux car les pièces A et B sont déplacées sous la ligne de coupe numéro 2. En continuant ainsi avec une troisième coupe, on peut obtenir **<u>15 morceaux</u>**.

8. Les treize pièces

Comme il y a une pièce de chaque valeur, avec 7 pièces, on a 7,78 francs (0,01 + 0,02 + 0,05 + 0,2 + 0,5 + 2 + 5).

Il reste à trouver un montant de 5,22 francs (13 – 7,78) avec 6 pièces. En tâtonnant un peu, on trouve que cela peut se faire avec 1 pièce de 2 centimes + 4 pièces de 5 centimes + 1 pièces de 5 francs ou 1 pièce de 2 centimes 1 + 1 pièce de 20 centimes + 2 pièces de 50 centimes + 2 pièces de 2 francs.

Deux solutions : **<u>1251112</u>** et **<u>1212331</u>**.

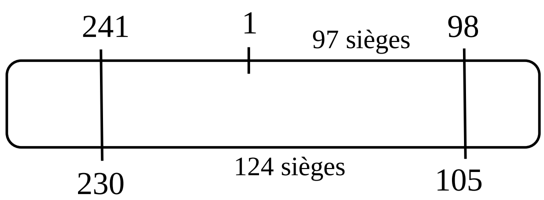
9. Le télésiège

Du 1er au 98ème siège, il y a 97 sièges (sans compter le 98ème).

Entre le 105ème siège et le 230ème siège, il y a 124 sièges (230 – 105 – 1).

Cela signifie qu'il y a 27 sièges (124 – 97) entre le 241ème et le 1er siège.

En tout, il y a **<u>268 sièges</u>** (241 + 27).



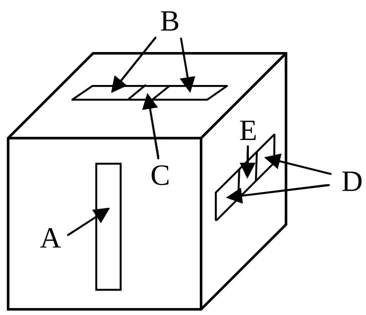
10. L'âge du grand-père

Le plus petit nombre formé de 6 chiffres identiques est 111'111. Comme les autres nombres formés de 6 chiffres identiques sont multiples de 111'111, il suffit alors de s'occuper de 111'111. La décomposition de 111'111 en produit de nombres premiers donne $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$. Le produit de 3 fois 37 donne 111, le produit de 7 fois 13 donne 91 et le produit de 7 fois 11 donne 77. 111, 91 et 77 sont diviseurs de 111'111. Comme 91 – 77 = 14, alors grand-père a **<u>91 ans</u>**.

11. Les trous

Volume cherché = volume du cube, moins 3 fois le volume des 3 fentes, plus 3 fois le volume de l'intersection de 2 fentes, moins le volume d'intersection des 3 fentes.

C'est donc égal à $10^3 - 3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 8 + 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 2 - 2^3$ = **<u>608 cm³</u>**.



On peut aussi chercher la solution en calculant les parties ôtées dans le cube.
Volume de A : $2 \cdot 8 \cdot 10$ = 160 cm^3.
C est un carré de 2 cm par 2 cm et B est un rectangle de 3 cm par 2 cm. B va être évidé sur une profondeur de 10 cm et C sur 2 cm (1 cm en haut et 1 cm en bas, le reste ayant déjà été évidé avec A).
Volume des B : $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10$ = 120 cm^3.
Volume des C : $2 \cdot 2 \cdot 2$ = 8 cm^3.
D est un rectangle de 3 cm par 2 cm et il est évidé sur une largeur de 8 cm (10 cm moins les 2 cm de A). Les E sont d'un volume identique aux C.

Volume des D : $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8 = 96$ cm^3.
Volume total évidé : 160 + 120 + 16 (C et E) + 96 = 392cm^3.
Volume du solide restant : $10^3 - 392 = 608$ cm^3.

12. Les poules

D'après la donnée, nous pouvons faire le tableau suivant :

Nombre de poules	x	x – 100	x + 100
Temps (jours)	y	y + 20	y – 15
Quantité de graines	z	z	z

La quantité de graines ne changeant pas, nous n'avons qu'à nous occuper de la relation entre le nombre de poules et le temps. Plus il y a de poules, moins le stock de graines durera. La relation entre le nombre de poules et le temps est inversement proportionnelle. Nous obtenons 2 équations à 2 inconnues :

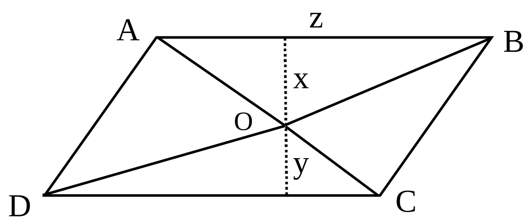
$$xy = (x - 100)(y + 20)$$
$$xy = (x + 100)(y - 15)$$

Ce qui donne : $xy = xy + 20x - 100y - 2000 \Rightarrow 20x - 100y = 2000$ (a)
$xy = xy - 15x + 100y - 1500 \Rightarrow -15x + 100y = 1500$ (b)

En additionnant les équations (a) et (b), on obtient 5x = 3500. D'où x = 700.
Maria et Henri ont **700 poules**.
Remarque : la quantité de graines mangées par les x – 100 poules durant 20 jours est égale à la quantité de graines mangées par les x + 100 poules durant 15 jours. Cela se traduit par l'équation suivante : (x – 100) 20 = (x + 100) 15 dont la résolution donne directement x = 700 !

13. L'héritage

Mettons un point O au hasard et appelons x la perpendiculaire reliant O au segment AB et y la perpendiculaire reliant O au segment DC.



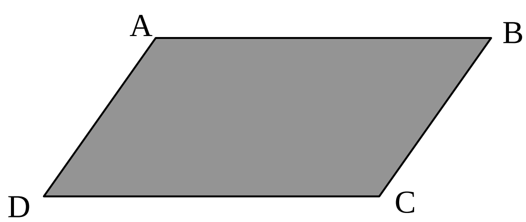
Aire totale : z (x + y)

Aire du triangle AOB : $z \cdot \frac{x}{2}$.

Aire du triangle OCD : $z \cdot \frac{y}{2}$

Aire des champs donnés à Pierre : Aire du triangle AOB + Aire du triangle OCD = $z \cdot \frac{x}{2} + z \cdot \frac{y}{2} =$

$z \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)$ = moitié de l'aire totale. Quelle que soit la position de la borne, les deux fils recevront un terrain de même aire. Il faut dessiner tout le parallélogramme.



14. Les euros

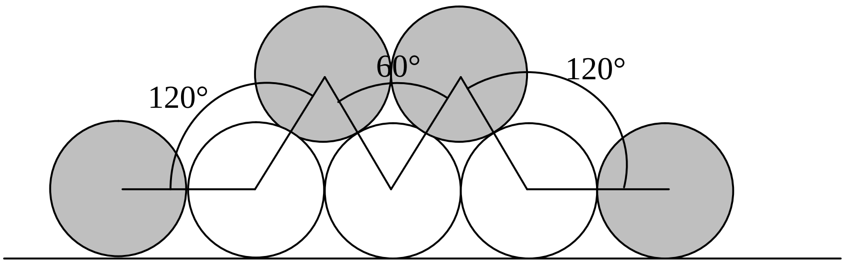
Supposons qu'une pièce d'un euro roule sans glisser autour d'un autre euro qui, elle, est fixe. Calculons le nombre de tours fait sur elle-même par cette pièce réalisant un tour complet de la pièce fixe. Chacun peut vérifier expérimentalement que le nombre de tours est 2.

D’une manière générale, on peut dire ceci :

Lorsqu’un disque (pièce en mouvement) roule sans glisser autour d’un objet fixe, le nombre de tours effectués par le disque est égal au rapport entre la distance parcourue par le centre du disque et le périmètre du disque.

Nombre de tours : $\frac{\text{distance parcourue par le centre de la pièce en mouvement}}{\text{périmètre de la pièce en mouvement}}$

Les euros ont un rayon r. Le centre de la pièce qui est en mouvement bouge avec un rayon de 2r et sur un total de 300 degrés.
Distance parcourue par le centre de la pièce = $2\pi 2r$ 300/360 (a)



Périmètre de la pièce = $2\pi r$ (b). Nombre de tours = $\frac{a}{b} = \frac{2 \cdot 300}{360}$ = **<u>1 tour et 2/3 d’un tour</u>**.