22e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 14 novembre 2007

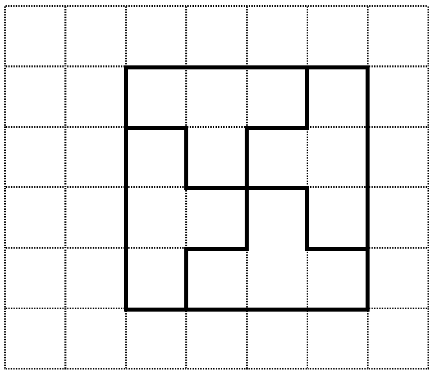
Solutions

1. Les âges

Isabelle a **<u>12 ans</u>** et Adèle, 21 ans. Les âges s'écrivent avec les mêmes chiffres et la somme donne bien 33.

2. Le carré

Voici une des deux possibilités :



3. Les voitures

40 est un multiple de 4 et de 5. Benoît a **<u>41voitures</u>**. Il va bien lui rester 1 voiture s'il les range en colonnes de 4 ou en colonnes de 5.

4. Le compteur

Nombres affichés par le compteur	09	68	69
Nombres lus par Maurice	60	89	69

Quand le compteur affiche 09, Maurice voit 60. Quand le compteur affiche 68, Maurice voit 89. Le nombre qui suit 68 est 69 (nombre affiché par le compteur). Maurice verra aussi **<u>69</u>**.

En faisant faire un demi-tour à cette feuille et en lisant les nombres affichés par le compteur, on verra, de droite à gauche, 60, 89 et 69.

5. Le pré

Comme le pré est carré, la longueur d'un petit rectangle est égale à 3 fois la largeur d'un petit rectangle. Alors, le périmètre d'un petit rectangle est égal à 8 fois la mesure de la largeur d'un petit rectangle.

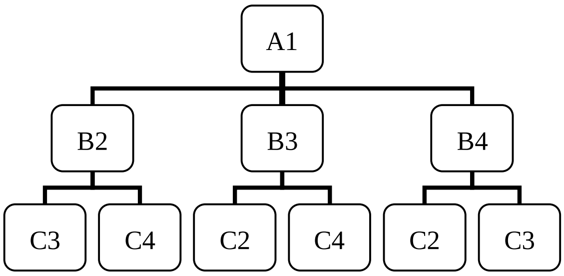
Largeur d'un petit rectangle : 200 : 8 = 25 m.

Comme le périmètre du carré est égal à 8 fois la mesure de la largeur d'un petit rectangle, alors il mesure **<u>300 m</u>** (12 · 25).

6. Les pions

Si le premier pion est mis en A1, il y a, selon le schéma suivant, 6 possibilités différentes de mettre les 2 autres pions.

	A	B	C
1			
2			
3			
4			



Le même raisonnement peut être fait avec le premier pion mis en A2, puis en A3 et enfin en A4. Il va donc y avoir **24 choix** $(6 \cdot 4)$ différents possibles.

7. Les lampes

Il faut actionner les interrupteurs **A, C et F** (l'ordre n'a aucune importance).

En actionnant l'interrupteur A, les lampes 1, 3 et 5 s'allument.

En actionnant l'interrupteur C, la lampe 3 s'éteint et les lampes 4, 6 et 7 s'allument. Sont maintenant allumées les lampes, 1, 4, 5, 6 et 7.

En actionnant l'interrupteur F, les lampes 2 et 3 s'allument. Elles sont toutes allumées.

8. La pendule

Avance par semaine = 5' 36'' = 336'' $(5 \cdot 60 + 36)$

Avance par jour = 336 : 7 = 48''

Avance par heure = 48 : 24 = 2''

Avance pour 5 heures = 10''

Dim	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Ven
12 h	12 h	12 h	12 h	12 h	12 h	17 h
	+ 48''	+ 96''	+ 144''	+ 192''	+ 240''	+ 250''

Comme 250'' = 4' 10'', le vendredi à 17 h, l'horloge affichera **17 h 04' 10''**.

9. Le cryptarithme

D'après la colonne de droite du cryptarithme, R = 0. On en déduit que M = 5 (la retenue maximale d'une somme de deux chiffres est 1). Alors G = 1. Comme G = 1, S = 2 ou 3. Si S = 3, N devient impossible (pas de retenue). Alors S = 2 et N = 6 (car 1 est déjà utilisé). On a maintenant la situation suivante :

	5	A	6	1	E	0
+	5	A	6	1	E	0
1	0	O	2	2	I	0

Les chiffres disponibles sont 3, 4, 7, 8 et 9. I doit être inférieur à 10 (pas de retenue), alors E = 3 ou 4. E = 3 est impossible car I ne peut pas valoir 6. Alors E = 4 et I = 8. Il ne reste que les chiffres 3, 7 et 9. Comme il y a une retenue de 1 dans la colonne des A, alors A = 3 et O = 7.

GROSSIR représente alors **1'072'280**.

10. Le coffre-fort

Le 5ème chiffre ne peut être que 5 et le 6ème doit être 4 car 54 est le seul multiple de 6 qui convient. On a maintenant le code 1abc54def. Comme 4d est un multiple de 7, alors d = 2 ou 9. Si d = 2, alors e doit valoir 4 qui est déjà utilisé. Donc d = 9. Dans ce cas, e = 6 et f = 3.

Ensuite, a = 2 ou 8. Si a = 2, b = 7 et c = 2 ou 6 (impossible). Donc a = 8, puis b = 7 et c = 2.

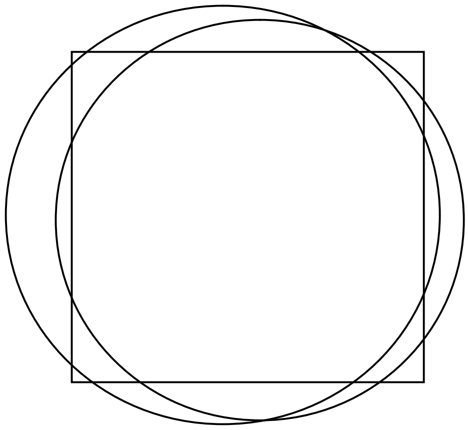
D'ou le code : **187'254'963**.

11. Les barres

Voilà un superbe problème qui aurait pu être généralisé à un réseau de m carrés horizontaux par n carrés verticaux. Dans ce cas, la solution générale vaudrait m + n – 1. Ici, 7 + 4 – 1= **10**. En fait, il est possible de rendre le réseau indéformable en fixant les barres sur tous les carrés d'une ligne et sur tous les carrés d'une colonne.

12. Les intersections

18 intersections



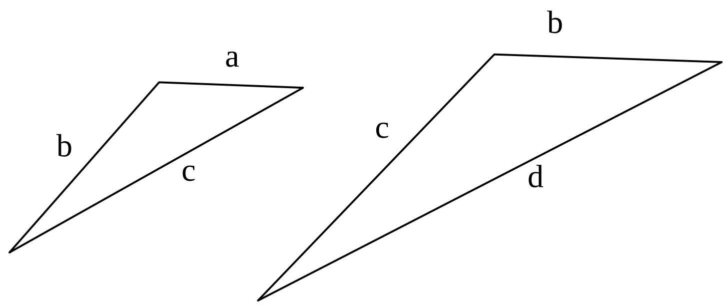
13. La course à pied

Notons V, les rangs obtenus par le vainqueur.

Le tableau ci-dessous montre qu'avec **117 points** (11 · 10 + 2 · 2 + 3 · 1), il est possible de gagner. Le 2ème ne peut faire que 116 points (11 · 6 + 5 · 10).

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1er	10	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**
2e	6	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**	**x**					
3e	4																
4e	3																
5e	2												**V**	**V**			
6e	1														**V**	**V**	**V**

14. Les champs



Mettons à gauche, le champ de Vincent et à droite celui de Baptiste.

Il s'agit bien sûr de triangles semblables : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$, avec a, b, c et d qui sont des nombres entiers.

Alors, $ax = b$, $bx = c$, $cx = d$. Donc $ax^2 = c$ et $ax^3 = d$.

Des propriétés des triangles, on tire que $a + b > c$ et que $b + c > d$.

Si $x = 1$, alors $a = b = c = d$ (impossible).

Si $x = 2$, alors $b = 2a$ et $c = 4a$ et $a + b > c$ (impossible).

Donc x est compris entre 1 et 2.

Supposons $x = 4/3$. Alors $x^2 = 16/9$ et $x^3 = 64/27$. Les côtés étant des nombres entiers, la plus petite valeur de a vaudrait 27, comme le dénominateur de x^3 (puis $b = 36$, $c = 48$ et $d = 64$).

Si $x = 3/2$. Alors $x^2 = 9/4$ et $x^3 = 27/8$. Dans ce cas, $a = 8$ (dénominateur de x^3), $b = 12$, $c = 18$ et $d = 27$.

On a $8/12 = 12/18 = 18/27$ et le périmètre cherché vaut **38 hm** (8 + 12 + 18)