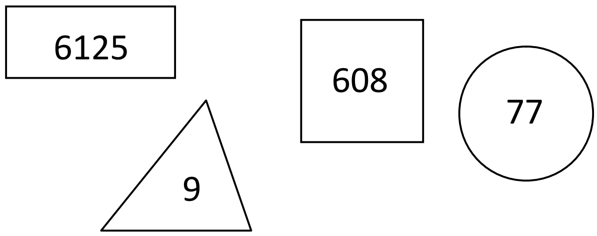
# 23e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 12 novembre 2008

**Solutions**

**1. La date** : **<u>11.11.11</u>**

**2. Les nombres**

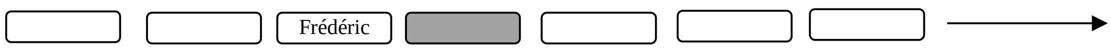



**3. Le concours**

Problèmes résolus correctement : **<u>1, 2, 3 et 5</u>** (ordre sans importance). Cela donne bien 4 points (4 problèmes justes) et 11 pour la somme des coefficients (1 + 2 + 3 + 5).

**4. Le bouchon**

Les voitures sont représentées ci-dessous. La voiture décapotable est celle qui est grisée. Elle est bien au milieu de la file. Il ya donc **<u>7 voitures</u>** dans la file d'attente.




**5. Les pièces**

L'ordre cherché est **<u>B, G, D, H, F, C, A et E</u>**. Pour se persuader que c'est bien la bonne réponse, il faut construire les 8 pièces carrées de 2 cm de côté et les poser sur un carré de 4 cm de côté de manière que ce soit conforme au dessin de la donnée.

**6. Les œufs**

2 œufs d'autruche = 45 œufs de poule
9 œufs de poule = 1 omelette pour 5 personnes
1 omelette pour 100 personnes = 180 œufs de poule = **<u>8 œufs</u>** d'autruche.

**7. La tour**

0 est opposé à 5, 1 est opposé à 4 et 2 est opposé à 3.

Somme totale des faces : 15.

Somme de deux faces opposées dans un cube : 5.

Somme totale des faces des 10 cubes : $10 \cdot 15 = 150$.

Somme totale des faces cachées dans les 9 cubes du bas : $9 \cdot 5 = 45$.

Nombre caché par le cube du haut = 1 (opposé du 4).

Somme des faces visibles : 150 – 45 – 1 = **<u>104</u>**.

**8. La boisson**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | 50, 20 | 13. | 20, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5 |
| 2. | 50, 10, 10 | 14. | 20, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 3. | 50, 10, 5, 5 | 15. | 20, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 4. | 50, 5, 5, 5, 5 | 16. | 20, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 5. | 20, 20, 20, 10 | 17. | 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10 |
| 6. | 20, 20, 20, 5, 5 | 18. | 10, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5 |
| 7. | 20, 20, 10, 10, 10 | 19. | 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5 |
| 8. | 20, 20, 10, 10, 5, 5 | 20. | 10, 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 9. | 20, 20, 10, 5, 5, 5, 5 | 21. | 10, 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 10. | 20, 20, 5, 5, 5, 5, 5, 5 | 22. | 10, 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 11. | 20, 10, 10, 10, 10, 10 | 23. | 10, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |
| 12. | 20, 10, 10, 10, 10, 5, 5 | 24. | 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 |

Il y a **24 combinaisons**.

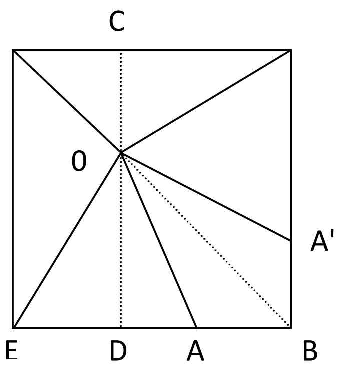
**9. Le gâteau**

Le triangle AOB est la moitié du triangle EAO, donc le segment AB vaut la moitié du segment EA, donc le tiers du segment EB. Il vaut donc **9,5 cm** (le tiers de 28,5).

On peut aussi chercher l'aire d'une part = $28{,}5^2 : 5 = 162{,}45$ cm$^2$.

Puis la mesure du segment OC = $162{,}45 \cdot 2 : 28{,}5 = 11{,}4$ cm.

Le segment OD mesure alors 17,1 cm (28,5 – 11,4), Puis EA… etc.




**10. Les boules**

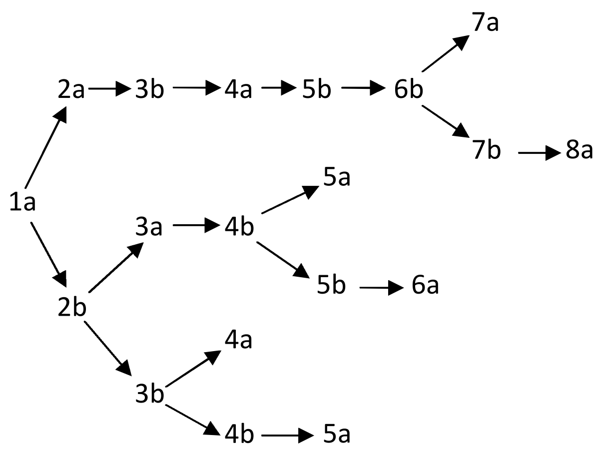
Boule 1a = boule 1 mise dans le tube A

Boule 2b = boule 2 mise dans le tube B

Boule 5a = boule 5 mise dans le tube A, etc.

Mettons la boule 1 dans le tube A (1a) et construisons l'arbre de toutes les possibilités en vérifiant qu'une boule ne doit pas être mise dans un tube si son numéro correspond à la somme de deux des numéros déjà miss dans ce tube. Ainsi, la boule numéro 2 peut être mise dans le tube A (2a) ou B (2b), 3a ne peut aller après 2a (c'est la somme de 1a et 2a), etc.

On constate que l'on peut mettre **8 boules**, au maximum.




**11. Le tournoi**

Comme 44 cartons de chaque couleur ont été distribués, cela fait un total de 132 cartons distribués ($44 \cdot 3$).

S'il y avait 2 joueurs à ce tournoi, cela ferait une partie et 2 cartons distribués.

S'il y avait 3 joueurs à ce tournoi, cela ferait 3 parties et 6 cartons distribués.

S’il y avait 4 joueurs à ce tournoi, cela ferait 6 parties et 12 cartons distribués.

On complète ainsi le tableau suivant jusqu’au moment où on a 132 cartons.

| Nombre de joueurs | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de parties | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 | 55 | 66 |
| Nombre de cartons distribués | 2 | 6 | 12 | 20 | 30 | 42 | 56 | 72 | 90 | 110 | 132 |

Il y avait **<u>12 participants</u>**.

**12. La grille**

| | | |
|---|---|---|
| a | b | c |
| d | e | f |
| g | 1 | h |

Si g + 1 + h et c + f + h = 8, alors d + e + f et b + e + 1 = 10 ou 20 et a + b + c et a + d + g = 19 (si la somme de la 2ème ligne ou 2ème colonne vaut 10) ou 18 (si la somme de la 2ème ligne ou 2ème colonne vaut 19).

Si g + 1 + h et c + f + h = 18, alors d + e + f et b + e + 1 = 9 ou 19 et a + b + c et a + d + g = 19 ou 18.

Quatre possibilités : 8 + 10 + 19 = 37 ou 8 + 20 + 18 = 46 ou 18 + 9 + 19 = 46 ou 18 + 19 + 18 = 55. Etant donné que 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45, alors seule la possibilité 8 + 10 + 19 = 37 joue.

On a alors c + f + h = 8, g + h = 7, d + e + f = 10, b + e = 9, a + b + c = 19 et a + d + g = 19.

a + b + c = 19 et a + d + g = 19 ne peuvent être obtenus que par 9 + 7 + 3 ou 9 + 6 + 4, cinq lettres pour cinq nombres. Ces nombres ne peuvent pas convenir pour d’autres lettres et a vaut forcément 9. Notons dans le tableau suivant les 8 possibilités pour les valeurs de a, b, c, d et g. Il ne reste que 2 possibilités pour h et une seule pour f et e.

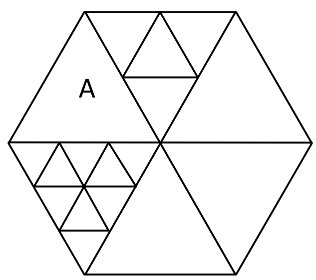
| a | b | c | d | g | h | f | e |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 3 | 6 | 4 | | | |
| 9 | 7 | 3 | 4 | 6 | | | |
| 9 | 3 | 7 | 6 | 4 | | | |
| 9 | 3 | 7 | 4 | 6 | | | |
| 9 | 6 | 4 | 7 | 3 | | | |
| 9 | 6 | 4 | 3 | 7 | 0 | | |
| 9 | 4 | 6 | 7 | 3 | | | |
| 9 | 4 | 6 | 3 | 7 | 0 | 2 | 5 |

Solution :

| | | |
|---|---|---|
| **9** | **4** | **6** |
| **3** | **5** | **2** |
| **7** | **1** | **0** |

**13. Les pavés**

Un hexagone peut être divisé en 6 triangles équilatéraux. Chacun d’eux peut être divisé en 4 triangles équilatéraux (1 + 3) ou en 9 triangles équilatéraux (1 + 3 + 5) ou en 16 triangles équilatéraux (1 + 3 + 5 + 7), ou en 25 triangles équilatéraux (1 + 3 + 5 + 7 + 9), etc.




Complétons le tableau ci-dessous. Lorsqu’il y a 6 pavés en tout, la mesure du côté A est égal à 0,5 m et le périmètre de la cour vaut 3 m. Lorsque A est divisé en 4 triangles, il y a 24 pavés en tout et le périmètre de la cour mesure 3 m. Etc.

$24\ x^2$ doit être compris entre 2000 et 2300. Seul x = 9,5 joue ($24 \cdot 9{,}5^2 = 2166$). Dans ce cas, le périmètre de la cour mesure **57 m**.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre total de pavés | 6 | 24 | 54 | 96 | 150 | $24x^2$ | 2166 |
| Mesure du côté du triangle A (m) | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | x | 9,5 |
| Périmètre de la cour (m) | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 6x | 57 |

**14. Le roi des nuls**

Les nombres dont on cherche la factorielle ont été mis dans la ligne a. La recherche du dernier chiffre non nul est aisée sauf pour les nombres se terminant pas 5, 50, 500, 5000, etc.

Dans la ligne c du tableau suivant, on écrit les rois des nuls de chaque nombre de la ligne a. Allons-y jusqu'à 14 dont le roi des nuls est 2. Pour trouver le roi des nuls de 15, on remplace les nombres 14 et 15 (ligne a) par 7 et 30 que l'on met dans la ligne b ($14 \cdot 15 = 7 \cdot 30$). Cette astuce nous permet de dire que le roi des nuls de 15 est 8. En effet, le roi des nuls de 13 étant 8, alors $8 \cdot 7 \cdot 30$ est un nombre dont le roi des nuls est 8.

Plus loin, on remplace $24 \cdot 25$ par $6 \cdot 100$ (et non pas par $3 \cdot 50$). Ce qui nous permet de trouver le roi de nuls de 25. On remplacera encore plus loin $34 \cdot 35$ par $17 \cdot 70$ puis $44 \cdot 45$ par $22 \cdot 00$ et enfin $48 \cdot 50$ par $24 \cdot 100$.

Nous avons ainsi dans la ligne c tous les rois des nuls, de 2 à 50.

Les nombres cherchés sont **45, 46 et 48**.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| b | | | | | | | | | | | | | 7 | 30 | | | | | | | | |
| c | 2 | 6 | 4 | 2 | 2 | 4 | 2 | 8 | 8 | 8 | 6 | 8 | 2 | 8 | 8 | 6 | 8 | 2 | 4 | 4 | 8 | 4 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
| b | 6 | 100 | | | | | | | | | 17 | 70 | | | | | | | | |
| c | 6 | 4 | 4 | 8 | 4 | 6 | 8 | 8 | 6 | 8 | 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 8 | 2 | 2 | 4 | 2 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| b | 22 | 90 | | | 24 | | 100 |
| c | 8 | 6 | 6 | 2 | 6 | 4 | 2 |