

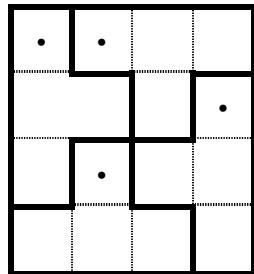
25e championnat des jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 17 novembre 2010

Solutions

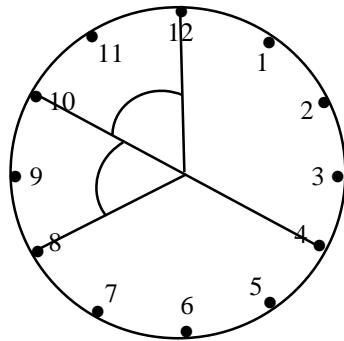
1. L'année magique : 2112

2. Le terrain



3. Le numéro : 22. En effet, $2 + 2 = 4 = 2 \cdot 2$.

4. L'horloge : 8 heures



5. Le téléphone

Comme on s'intéresse au minimum de coups de fils, il nous faut chercher les cas où il y a le plus de coups de fils qui ont sonné 5 fois.

$36 = \underline{6} \cdot 5 + \underline{2} \cdot 3$ (8 coups de fils) ou $\underline{5} \cdot 5 + \underline{2} \cdot 4 + \underline{1} \cdot 3$ (8 coups de fil) ou $\underline{4} \cdot 5 + \underline{4} \cdot 4$ (8 coups de fils).

Michel a reçu au minimum **8 coups** de fils.

6. Le labyrinthe

Chemin parcouru : 1, 5, 9, 13, 14, 10, 6, 7, 3, 4, 8, 12, 11, 15 et 16. Somme = 134.

7. Le rectangle

Supposons que le côté de E mesure 1 cm. Dans ce cas, le côté de C vaudra 2 cm, celui de B, 3 cm, celui de A, 5 cm et l'aire totale sera alors de 40 cm^2 ($8 \cdot 5$).

Supposons que le côté de E mesure 2 cm. Dans ce cas, le côté de C vaudra 4 cm, celui de B, 6 cm, celui de A, 10 cm et l'aire totale sera alors de 160 cm^2 ($16 \cdot 10$).

La largeur du rectangle mesure alors **10 cm**.

8. L'anniversaire

Sur le gâteau, il y a 3 bougies rouges et 4 bougies vertes (7 bougies au total), ce qui fait 34 ans ($3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$).

Sur la mousse, il y a 5 bougies bleues et 4 bougies vertes (9 bougies au total), ce qui fait 34 ans ($5 \cdot 6 + 4 \cdot 1$). C'est le seul cas qui donne le même âge.

Anne-Marie a donc **34 ans**.

9. Le journal

Avec un journal d'une seule feuille, on aurait 4 pages avec les numéros 1, 2, 3 et 4 (2 et 3 d'un côté 1 et 1 et 4 de l'autre).

Avec un journal de 2 feuilles, on aurait 8 pages avec les numéros de 1 à 8. Sur les feuilles détachées, on pourrait lire les numéros 1 et 8, 2 et 7, 3 et 6, 4 et 5). Etc.

Avec un journal de 9 feuilles, on a 36 pages numérotées de 1 à 36. Sur les feuilles détachées, on peut lire les numéros 1 et 36, 2 et 35, 3 et 34, 4 et 33, 5 et 32, 6 et 31, 7 et 30, 8 et 29, 9 et 28, 10 et 27, etc.

Notre journal a donc **36 pages**.

10. L'engrenage

Le périmètre de la grande roue = périmètre de la petite roue fois 3. Donc, le rayon de la grande roue est 3 fois plus grand que celui de la petite. Comme la somme des rayons est de 1 m, on a $0,75\text{ m} + 0,25\text{ m} = 1\text{ m}$.

Le rayon de la grande roue mesure donc **75 cm**.

11. Les allumettes

Ce jeu fait partie des jeux de Nim. Appelons position perdante, une position devant laquelle celui qui doit jouer va forcément perdre.

S'il ne reste plus d'allumettes dans les deux tas, la position est perdante. Le joueur qui a mis son adversaire dans cette position a pris la dernière allumette et a donc gagné.

S'il ne reste plus qu'une allumette dans un des tas et deux allumettes dans l'autre, la position est perdante. Celui qui va jouer n'arrive pas à prendre la dernière allumette et quelle que soit sa prise, son adversaire va pouvoir prendre la dernière allumette.

Schématiquement, les positions (0 ; 0) et (1 ; 2) sont donc perdantes.

S'il ne reste plus que trois allumettes dans un des tas et cinq allumettes dans l'autre, la position est perdante (3 ; 5) car celui qui va jouer n'arrive pas à prendre la dernière allumette et n'arrive pas à mettre son adversaire dans la position perdante (1 ; 2). Quelle que soit sa prise, c'est son adversaire qui va pouvoir le mettre devant une des deux positions perdantes, (0 ; 0) ou (1 ; 2).

Vincent, qui joue en premier, doit prendre **3 allumettes dans chacun des tas** pour mettre son adversaire dans la position perdante (3 ; 5).

On connaît ainsi 3 positions perdantes: (0 ; 0), (1 ; 2) et (3 ; 5). Pour le plaisir, voici quelques autres positions perdantes dans le cas où il y aurait suffisamment d'allumettes dans les tas de départ : (4 ; 7), (6 ; 10), (8 ; 13), (9 ; 15) ; (11 ; 18). A vous de trouver la suite...

12. La meule

Soit x = le rayon de la meule au moment où la seconde personne la prendra.

Equation : $\pi 28^2 - \pi x^2 = \pi x^2 - \pi 4^2$. On obtient $2x^2 = 800$ puis $x^2 = 400$. Donc $x = 20$.

Le diamètre mesurera **40 cm**.

13. Les places

A = Nombre total de places

B = Nombre total de chiffres

C = Nombre total de chiffres peints par Jacques-Alain

D = Nombre total de places peintes par Jacques-Alain

E = Nombre total de chiffres peints par Grégoire

F = Nombre total de places peintes par Grégoire

Il faut un nombre entier de places ainsi que le même nombre de places ($D = F$).

Nombre entier de places \Rightarrow nombre entier de chiffres \Rightarrow nombre total de chiffres (B) doit être un multiple de 7, car Jacques-Alain peint 3 chiffres pendant que Grégoire en peint 4.

Relation entre les lignes A et B (de 100 à 999 places): $A = \frac{B-189}{3} + 99 = \frac{B+108}{3}$. B doit être un multiple de 3. Comme il doit aussi être un multiple de 7, $B = 210, 231, 252, 273, 294, 315, 336, 357\dots$

Les relations suivantes sont toujours vraies : $C = \frac{3}{7}B$ et $E = \frac{4}{7}B$.

Quand $B = 273$, on a D et F presque égaux. Pour $B = 294$, on a D et F presque égaux mais cette fois $D > F$. Il nous faut chercher la solution plus loin.

A	7	15	99	106	120	127	134	141	162	204	239	288
B	7	21	189	210	252	273	294	315	378	504	609	756
C	3	9	81	90	108	117	126	135	162	216	261	324
D	3	9	45	49,5	58,5	63	67,5	72	85,5	108	123	144
E	4	12	108	120	144	156	168	180	216	288	348	432
F	4	6	54	56,5	61,5	64	66,5	69	76,5	96	116	144

Nombre de places : **288**.

14. La rencontre

Ce problème tiré du championnat international des jeux mathématiques et logiques (CIJM), peut être abordé de plusieurs manières. Voici la magnifique résolution tirée, elle aussi, du CIJM.

L'axe horizontal représente les heures d'arrivée possibles d'Anne-Sylvaine et l'axe vertical, celles de Charles.

La zone B représente celle où nos deux amis peuvent se rencontrer. Les zones A, celles où ils ne peuvent pas se rencontrer. La probabilité de se rencontrer est le quotient de l'aire de B par l'aire totale. Le côté du quadrillage valant 50, on a:

$$\text{Aire des A} = 35^2 = 1225$$

$$\text{Aire totale} = 50^2 = 2500$$

$$\text{Aire de B} = 50^2 - 35^2 = 1275$$

$$\text{Probabilité de se rencontrer: } \frac{1275}{2500} = \frac{51}{100}. \text{ Réponse: } \underline{\underline{51\%}}$$

Le nombre de chances est exactement de 51 sur 100. Ceux qui utilisent des méthodes plus compliquées pour résoudre cette énigme arrivent souvent à une solution toute proche de 51%. C'est pourquoi la donnée demande une réponse arrondie à l'unité la plus proche.

