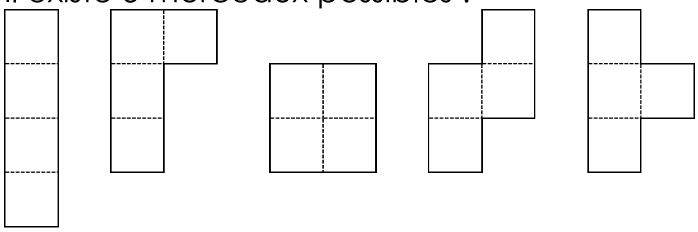
36ème championnat de jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 24 novembre 2021

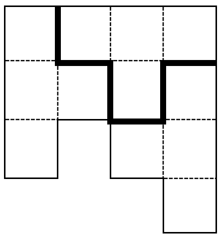
Solutions détaillées

1. L'ascenseur
Christophe est au 4ème étage.
Il monte de 5 étages et se trouve au 9ème étage (4 + 5).
Il descend ensuite de 2 étages et se trouve au **7ème étage** (9 – 2).

2. Le découpage
Le quadrillage contient 12 carrés qu'il faut répartir en 3 morceaux de même taille et de même forme. Chaque morceau est composé de 4 carrés (12 : 3).
Il existe 5 morceaux possibles :



Après quelques essais, on comprend que seule la dernière possibilité permet d'aboutir à la solution :

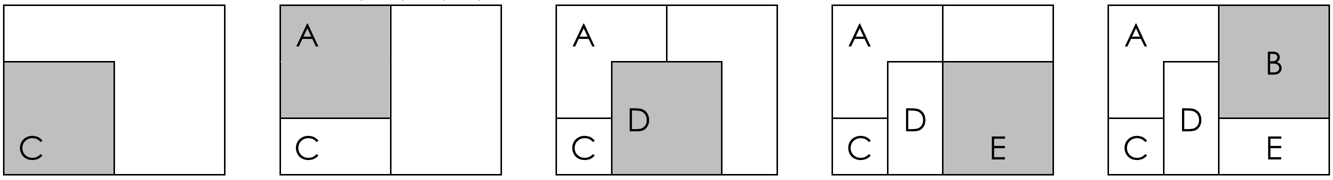


3. Le code
L'addition des deux premiers chiffres du code vaut 16.
Il peut commencer par 97_ ou 79_ mais pas 88_ car les chiffres doivent être différents.

Si le code commence par 79_, on ne peut pas obtenir 8 en additionnant le deuxième et le troisième chiffre.

S'il commence par 97_, on peut le compléter pour obtenir **le bon code : 971**.

4. Les pièces
En construisant des carrés identiques, on peut vérifier qu'ils ont été forcément collés dans l'ordre suivant : C, A, D, E, B.



Comme on le voit, le B recouvre partiellement le E qui recouvre partiellement le D qui recouvre partiellement le A qui recouvre partiellement le C.
Le A a été collé en deuxième.

5. Le congrès
Un Martien possède 3 têtes et sur chaque tête, il y a 2 yeux.
Un Martien possède donc 6 yeux (3 · 2).

Un Vénusien possède 2 têtes et sur chaque tête, il y a 5 yeux.
Un Vénusien possède donc 10 yeux (2 · 5).

On observe 4 Martiens qui ont chacun 6 yeux et 3 Vénusiens qui ont chacun 10 yeux.
On observe **54 yeux** (4 · 6 + 3 · 10).

6. La lecture
Chaque jour Courtney lit deux pages de plus que le jour précédent.
On peut résumer cela dans un tableau pour arriver à la solution :

Jour	Pages lues ce jour-là	Pages lues depuis le premier jour
Premier	3	3
Deuxième	5	8 (3 + 5)
Troisième	7	15 (8 + 7)
Quatrième	9	24 (15 + 9)
Cinquième	11	35 (24 + 11)
Sixième	13	48 (35 + 13)
Septième	15	63 (48 + 15)
Huitième	17	80 (63 + 17)
Neuvième	19	99 (80 + 19)
Dixième	21	120 (99 + 21)

Il lui faut **10 jours** pour lire entièrement son livre.

7. La tombola
Il y a 100 billets qui sont répartis ainsi :
- 5 permettent d'obtenir un grand cadeau,
- 30 permettent d'obtenir un petit cadeau,
- 65 sont perdants (100 – 5 – 35).

En achetant **66 tickets**, on est certain de remporter un cadeau. Au pire, on aura 65 tickets perdants et 1 avec un cadeau.

8. Le cadre

On peut construire un tableau afin de résumer la situation :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
a	1
b	2
c	3
d	4
e	5

Comme tous les chiffres sont déjà écrits une fois, a, b, c, d et e valent au minimum 1.
Si e vaut 2, on doit placer une deuxième fois le 5. Est-ce possible ?
On peut tenter de le faire :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
5	1
	2
	3
	4
2	5

En le faisant ainsi, on ne peut pas placer cinq fois le chiffre 1 car il n'y a pas assez d'espaces libres.
On peut tenter de le faire à nouveau :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
	1
5	2
	3
	4
2	5

Cette fois-ci, il est possible de placer cinq fois le chiffre 2 mais on aboutit sur d'autres contradictions.
La seule possibilité satisfaisante est la suivante :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
	1
	2
	3
	4
1	5

En réalisant à nouveau quelques essais, on comprend que la lettre d vaut aussi 1 :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
	1
	2
	3
1	4
1	5

On sait que le chiffre 1 ne peut pas apparaître une 4ème fois, ni une 5ème fois car on devrait remplacer le a par 4 ou 5. On ne peut pas le faire car les chiffres 4 et 5 n'apparaissent qu'une fois.
On sait aussi que les chiffres 4 et 5 ne peuvent pas être placés une deuxième fois.
On ne peut utiliser plus que des 2 ou des 3 pour compléter le cadre, ce qui donne :

Nombre de fois qu'apparaît…	…le chiffre…
3	1
	2
	3
1	4
1	5

On ne peut pas placer un 3 à la place du b car il ne reste pas assez de place pour placer trois fois le chiffre 2. Le seul cas de figure qui permet de conclure est le suivant :

Ce cadre contient **3** fois le chiffre 1.
Ce cadre contient **2** fois le chiffre 2.
Ce cadre contient **3** fois le chiffre 3.
Ce cadre contient **1** fois le chiffre 4.
Ce cadre contient **1** fois le chiffre 5.

On aurait également pu commencer notre raisonnement en constatant qu'il y a 10 cases à compléter et que la colonne de gauche permet de compter les nombres apparaissant dans ces 10 cases. On en déduit que a + b + c + d + e = 10.
On aurait ainsi pu débuter notre raisonnement avec une information en plus.

9. L'addition

Selon la colonne des centaines, on voit que A vaut 4.

$$\begin{array}{cccc} & 4 & B & 4 \\ & 4 & B & C \\ + & 4 & C & C \\ \hline 1 & 4 & 1 & 6 \end{array}$$

Selon la colonne des unités, on voit que C = 1 ou C = 6.
Si on remplace C par 1 :
B doit valoir 0 ou 5 pour obtenir le bon chiffre des dizaines dans notre somme mais la somme vaudra 1216 ou 1316.
Ce chemin n'est pas le bon.
On en déduit que C = 6.

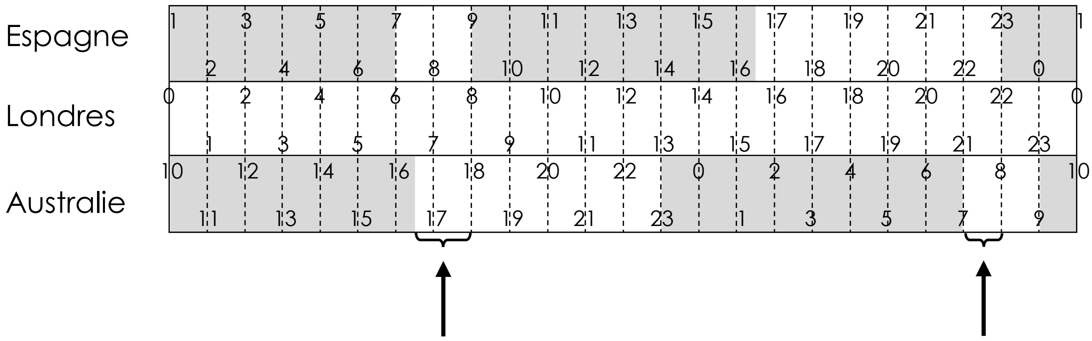
$$\begin{array}{cccc} & 4 & B & 4 \\ & 4 & B & 6 \\ + & 4 & 6 & 6 \\ \hline 1 & 4 & 1 & 6 \end{array}$$

Selon la colonne des dizaines, on voit que B = 2 ou B = 7.
Si B vaut 2, la somme sera de 1316. Ce chemin n'est pas le bon.
Par contre si B vaut 7, on obtient bien 1416.

On conclut que **A = 4, C = 6 et B = 7**.
On a bien 474 + 476 + 466 = 1416.

10. Le décalage

Construisons un diagramme pour analyser la situation. Les périodes durant lesquelles Kilian ou Elizabeth ne peuvent pas discuter sont grisées.



On voit apparaître deux plages durant lesquelles ils peuvent chatter.
La première de 90 minutes et la deuxième de 60 minutes.
Ils peuvent chatter durant **150 minutes**.

11. L'infiltration

Si 5 personnes se réunissent dans une pièce pour trinquer, les verres s'entrechoquent 10 fois.
En effet, le premier trinque avec les 4 autres personnes.
Le deuxième trinque avec les 3 autres personnes (il a déjà trinqué avec le premier).
En continuant ainsi, on trouve bien 10 (4 + 3 + 2 + 1).

Dans notre histoire, s'il n'y avait que des voyous avec des verres en verre, on aurait entendu 21 fois les verres s'entrechoquer.
Il y a 7 voyous avec des verres en verre car 21 = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1.

Or, dans notre histoire, on entend les verres s'entrechoquer 55 fois (21 + 34).
Il y a 11 voyous en tout car 55 = 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1.

On en déduit que **4 voyous** trinquent avec des verres en plastique (11 – 7).

12. La date

Nous devons déterminer une date de ce type :

a b . c d . e f g h

a vaut 0, 1, 2 ou 3 et s'il vaut 3 alors b vaut 0 ou 1 (maximum 31 jours par mois).
c vaut 0 ou 1 et s'il vaut 1 alors d vaut 0, 1 ou 2 (12 mois par année).

Tentons de trouver une date avec e = 2.
Si f, g ou h vaut 0, c vaut 1 et nous sommes bloqués pour fixer la valeur de d.
Si f, g ou h vaut 1, c vaut 0, a vaut 3 et nous sommes bloqués pour fixer la valeur de b.
f, g ou h ne peuventt pas valoir 2.
Voici notre premier candidat pertinent :

a b . c d . 2 3 4 5

Le premier mois de l'année qui est acceptable est celui de janvier (01).
Si nous optons pour janvier, il n'est pas possible de choisir un jour du mois avec des chiffres différents de ceux se trouvant dans l'année et le mois.

Janvier n'étant pas acceptable, la prochaine option possible est juin. Cela nous permet de trouver la date cherchée :

1 7 . 0 6 . 2 3 4 5

13. L'aquarium

Calculons le volume des 2 cubes en litres.
Le premier a un volume de $(1{,}5\ \text{dm})^3 = 3{,}375$ litres et le deuxième $(3\ \text{dm})^3 = 27$ litres.
Soit x, le nombre de litres d'eau dans l'aquarium.

En plongeant le premier cube, on constatera que les 3,375 litres ajoutés aux x litres déjà présents forment un parallélépipède rectangle dont la hauteur est de 15 cm.

En plongeant le second cube, on constatera que les 27 litres ajoutés aux x litres déjà présents forment un parallélépipède rectangle dont la hauteur est de 30 cm, c'est-à-dire un parallélépipède rectangle dont le volume est 2 fois plus grand que le précédent.

On peut poser l'équations suivante :
$2\ (3{,}375 + x) = 27 + x$

En la résolvant, on trouve qu'il y a **20,25 litres** d'eau dans cet aquarium.

14. Les robinets

Notons a le débit en litres par minute du robinet en or. Faisons de même en notant b le débit de celui en argent et c, le débit de celui en bronze.

On en déduit que $52\ (a + b) = 78\ (a + c) = 104\ (b + c)$.
Ou plus simplement $2\ (a + b) = 3\ (a + c) = 4\ (b + c)$.

De $2\ (a + b) = 3\ (a + c)$, on obtient que $a = 2b - 3c$.
De $2\ (a + b) = 4\ (b + c)$, on obtient que $b = a - 2c$.

En substituant, nous trouvons que $a = 2\ (a - 2c) - 3c$ d'où $a = 7c$.
En substituant à nouveau, nous trouvons que $b = 7c - 2c$ d'où $b = 5c$

Dès lors, on sait que les robinets a et b ont ensemble un débit de 12c et que les trois robinets ont ensemble un débit de 13c.

Or le débit multiplié par le temps nous fournit la quantité d'eau dans la piscine. Ce volume est constant donc : $12c \cdot 52 = 13c \cdot t$ où t est la grandeur du temps s'il est exprimé en minute pour remplir la piscine avec les trois robinets ouverts.
Le temps nécessaire est de **48 minutes**.