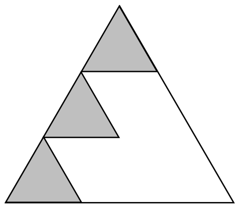
37e championnat de jeux mathématiques et logiques

Qualification régionale valaisanne – 23 novembre 2022

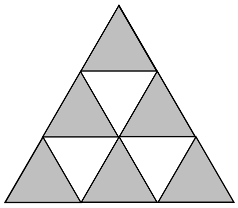
Solutions détaillées

1. Les pierres
Olivier possède 7 pierres.
Il perd 3 pierres. Il n'a plus que 4 pierres (7 – 3).
Sa mère lui donne 2 pierres. Il a finalement **6 pierres** (4 + 2).

2. Le triangle
3 petits triangles ont déjà été collés :



On peut commencer par en ajouter 3 autres :



On voit que 6 triangles ont été collés et il reste encore 3 places à disposition.

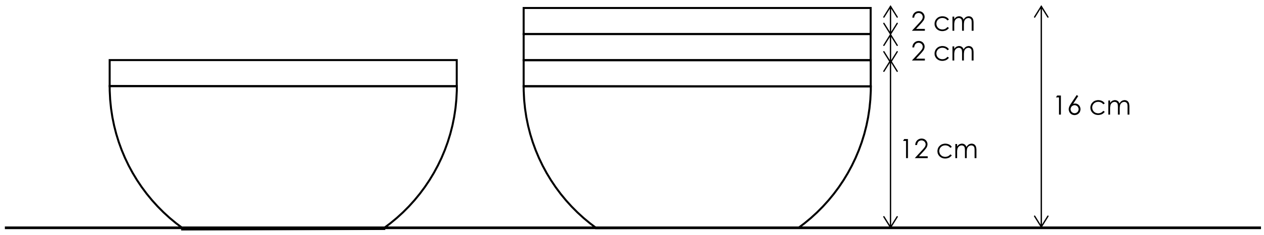
On doit coller **9 petits triangles** au minimum pour couvrir toute la feuille.

3. Le goûter
On sait que 2 biscuits et 1 gâteau coûtent 17 francs.
On peut faire quelques essais.
Par exemple, le biscuit peut coûter 3 francs et le gâteau 11 francs
En effet, 3 + 3 + 11 =17.

Mais, dans ce cas, 2 gâteaux et 1 biscuit coûtent 25 francs.
En effet, 11 + 11 + 3 = 25.
Cela ne fonctionne pas car on veut que 2 gâteaux et 1 biscuit coûtent 19 francs.

Après quelques essais, on trouve qu'un biscuit coûte 5 francs et qu'un gâteau coûte **7 francs**. En effet, 5 + 5 + 7 = 17 et 7 + 7 + 5 = 19.

4. Les bols
La donnée nous permet de comprendre que chaque bol ajouté à cette pile augmentera la hauteur de cette pile de 2 cm.



On doit encore ajouter 3 bols pour obtenir une pile de 7 bols.

On aura alors une pile de **22 cm** de haut (16 + 2 + 2 + 2).

5. La montre
La journée commence à 0h00 et se termine à 23h59.

Le premier moment de la journée durant lequel l'heure est composée d'un seul chiffre est : 0h00.
Ça sera aussi le cas à 1h11, 2h22, 3h33, 4h44 et 5h55.
Cela ne sera pas possible si l'heure commence par un 6, 7, 8 ou 9 car nous ne verrons jamais 66, 77, 88 ou 99 minutes sur nos montres.

Dès que nous atteignons les 10 heures, il est nécessaire que les chiffres composant les heures soient les mêmes. Cela se produit avec 11 et 22.
Nous pouvons voir un seul chiffre à 11h11 et 22h22.

Il y a **8 heures** différentes qui nous permettent de voir un seul chiffre.

6. Les bougies
Ginny commence sa collection le jour de ses 4 ans.
Elle place 4 bougies dans la boîte.

Le jour de ses 5 ans, elle récupère 5 bougies qui rejoignent la collection.
Elle en aura 9 dans sa boîte.

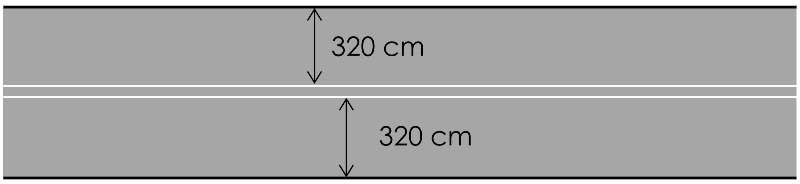
Elle va continuer ainsi comme nous pouvons le voir sur le tableau ci-dessous.
Ce qui nous intéresse particulièrement est de savoir quel anniversaire elle fêtera le jour où elle placera une centième bougie dans sa boîte.

Anniversaire	Nouvelles bougies	Bougies dans la boîte
4	4	4
5	5	4 + 5 = 9
6	6	9 + 6 = 15
7	7	15 + 7 = 22
8	8	22 + 8 = 30
9	9	30 + 9 = 39
10	10	39 + 10 = 49
11	11	49 + 11 = 60
12	12	60 + 12 = 72
13	13	72 + 13 = 85
14	14	85 + 14 = 99
15	15	99 + 15 = 114

Nous comprenons que cela se produira le jour de ses **15 ans**.

7. La route

Nous pourrions procéder ainsi :



En ajoutant la distance entre les deux lignes centrales, on trouverait la largeur de la route : 320 cm + 320 cm + 50 cm = 690 cm.

Mais nous cherchons la largeur minimale de la route.
Il est possible de faire mieux au vu de la donnée.
Il est possible de ‘‘cacher’’ les 50 cm dans les 320 cm plutôt que de les ajouter comme nous venons de le faire.

Cette fois-ci, la largeur de la route est de 270 cm + 270 cm + 50 cm = **590 cm**.

8. Les sportifs

Au sein de cette classe, il y a 16 cartes de membre du club de tennis, 12 cartes de membre du club de basketball et 9 cartes de membre au sein du club de badminton.

Nous avons 37 cartes de membre (16 + 12 + 9) à répartir entre 24 élèves.

Les 3 premiers élèves viennent chercher chacun 3 cartes de membre car ils pratiquent les 3 sports.
Il reste 28 cartes de membre (37 – 9).
Il ne reste plus que 21 élèves (24 – 3) qui pratiquent 1 ou 2 sports.

Les 21 élèves restants pratiquent au moins 1 sport. Ils viennent chacun chercher une carte de membre. Il en restera 7 (28 – 21).

Cela signifie que 7 élèves pourront venir chercher une deuxième carte de membre et 14 ne pourront pas le faire et resteront avec une seule carte de membre.

Dans cette classe, **14 élèves** pratiquent uniquement 1 sport.

9. La discothèque
Il est possible de résoudre cette énigme en tâtonnant.
Il est aussi possible de la résoudre à l'aide d'une équation.
Tentons une méthode intermédiaire.

Au début, il y a 3 fois plus d'hommes sur la piste. Pour une femme, il y a 3 hommes. On peut les grouper par 4 et on constate que le nombre de personnes sur la piste est un multiple de 4.

A la fin, nous avons enlevé 16 personnes. Cela signifie que sur la piste, le nombre de personnes est toujours un multiple de 4.
En suivant le même raisonnement, nous savons que c'est également un multiple de 6 (une femme pour 5 hommes).

Le nombre de personnes cherché est un multiple de 4 et de 6 donc de 12.

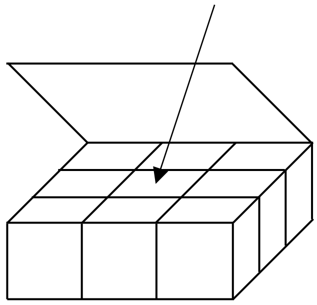
Nous pouvons tâtonner en utilisant ce filtre :

Personnes sur la piste	Femmes sur la piste	Hommes sur la piste (5 fois plus)	Femmes au début (8 de plus)	Hommes au début (8 de plus)	3 fois plus d'hommes au début ?
12	2	10	10	18	Non
24	4	20	12	28	Non
36	6	30	14	38	Non
48	8	40	16	48	Oui

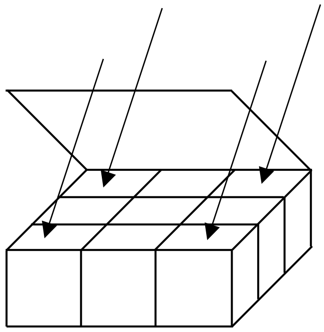
Il y a **48 personnes** qui se trouvent encore sur la piste de danse.

10. Les dés

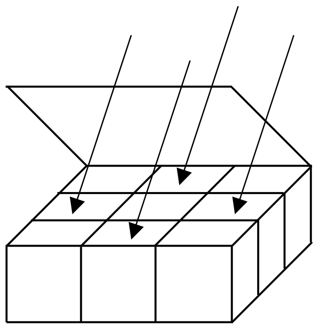
Trouvons le nombre de points observables sur chacun des dés.



Les faces visibles du dé central sont celles de dessus et celles de dessous.
La consigne nous le rappelle, la somme des points de ces deux faces qui sont opposées vaudra toujours 7 (3+4, 2+5 ou 1+6).



Les 4 dés qui composent les coins sont similaires. On voit leurs faces du dessus, du dessous ainsi que 2 autres faces (avant et droite, par exemple).
La somme des points des faces de dessus et de dessous vaut forcément 7. Plaçons un maximum de points sur les 2 autres faces : 6 et 5.



Les 4 dés qui composent le centre des bords sont similaires. On voit leurs face du dessus, du dessous ainsi qu'une troisième face (avant, par exemple).
La somme des points des faces de dessus et de dessous vaut forcément 7. Plaçons un maximum de points sur la dernière face : 6.

Nous pouvons maintenant additionner tous ces points :
$1 \cdot 7 + 4 \cdot (7 + 6 + 5) + 4 \cdot (7 + 6) = 131$.

Nous voyons un maximum de **131 points**.

11. Le nombre

Le nombre cherché ne peut pas contenir un seul chiffre.

S'il en contient 2 :

- Il ne peut pas être plus grand que 24 car sinon, sa multiplication par 4 nous donnerait un nombre à 3 chiffres,
- Il ne peut pas commencer par un 1 car sinon en le multipliant par 4, il nous est impossible d'obtenir $4 \cdot 1a = a1$ (un multiple de 4 ne peut pas être impair).

On teste les nombres : 20, 21, 22, 23, 24 et on constate que cela ne fonctionne pas.

Réutilisons nos premières pistes et passons aux nombres à 3 chiffres.
Nous aurons : $4 \cdot 2ab = ba2$.

$$\begin{array}{ccc} 2 & a & b \\ \cdot & & 4 \\ \hline b & a & 2 \end{array}$$

Le nombre 4 · b doit se terminer par 2.
Si b vaut 3, on a : 4 · 2a3 = 3a2, cela ne convient pas.
b vaut donc 8.
On teste les nombres 208, 218, 228 (a ne peut pas valoir 3 ou 4 car le produit obtenu surpasserait les 900) et on constate que cela ne fonctionne pas.

Passons aux nombres à 4 chiffres :

$$\begin{array}{cccc} 2 & a & b & 8 \\ \cdot & & & 4 \\ \hline 8 & b & a & 2 \end{array}$$

a vaut 0, 1 ou 2 afin que le produit ne dépasse pas les 9'000.
Or nous constatons que 4 · b + 3 doit se terminer par le chiffre a (3 étant la retenue de 4 · 8).
Or le nombre 4 · b + 3 est impair donc a ne peut valoir que 1.
Nous en déduisons que b vaut 2 ou 7.

Après deux derniers essais, nous constatons que 4 · 2'178 = 8'718.

Le nombre auquel pense Cedric est **2'178**.

12. La borne
Sur la borne à côté de Ron, on peut lire le nombre : ab.
Sur les deux autres bornes considérées, nous lirons les nombres : ba et b0a.

La distance en km entre les bornes ba et ab sera au maximum de 89 (99 – 10).
Il est donc nécessaire que b0a ne dépasse pas 200 car l'écart entre ab et b0a serait trop conséquent.

Nous avons donc 3 bornes qui sont : 1a, a1 et 10a.
La distance entre 1a et 10a est de 90 km.
Nous en déduisons que la distance entre 1a et a1 est de 45 km.
En observant les unités, nous comprenons que a doit valoir 6.

Les 3 bornes seraient : 16, 61, 106.

Cela fonctionne. Ron est à côté de la borne indiquant le km **61**.

13. Le marchand
En cassant sa pierre, Drago a obtenu 2 pierres dont les masses valent a et b et nous supposons que a > b.
Cela nous permet de poser les 2 équations suivantes :

$$\begin{cases}(a+b)^2 = 80 \\ a^2 + b^2 = 50\end{cases}$$

Nous pouvons en déduire que :
$(a+b)^2 - (a^2 + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2 = 2ab = 30$

D'où : $b = \frac{30}{2a} = \frac{15}{a}$

Cela nous permet de réaliser une substitution dans notre deuxième égalité initiale :

$$a^2 + \frac{225}{a^2} = 50$$

N'oublions pas que a^2 correspond au prix de la pierre de masse a. C'est précisément ce que nous cherchons. Remplaçons cela par x.

De $x + \frac{225}{x} = 50$, nous obtenons $x^2 - 50x + 225 = 0$.

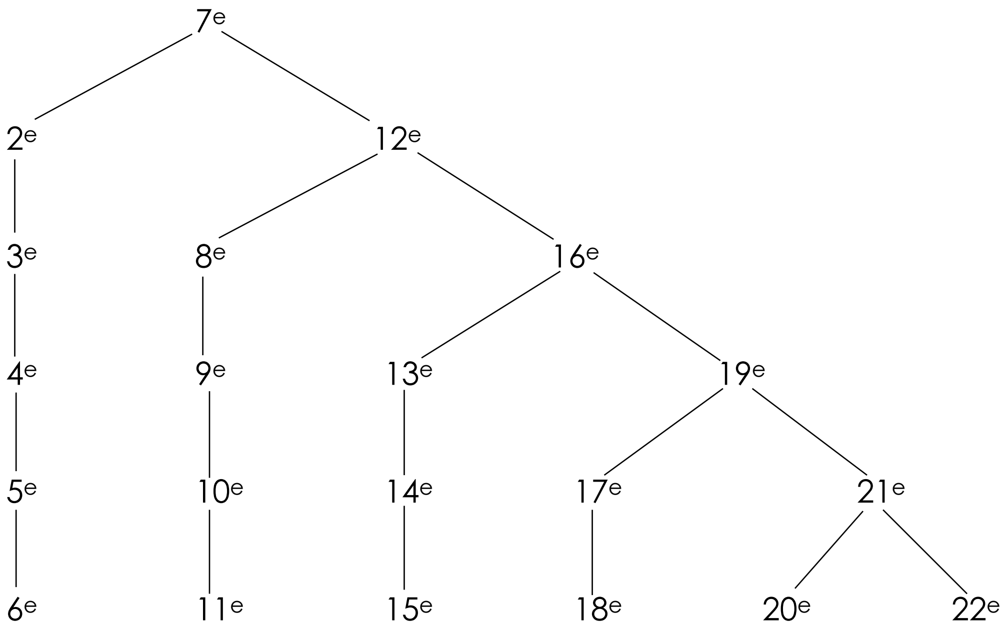
Cette équation possède 2 solutions : 45 et 5.
Il s'agit du prix des 2 pierres. Nous comprenons que le prix de la pierre la plus chère est de **45 francs**.

14. Les vases
Faisons un premier essai à l'étage 10.
Si le vase ne se casse pas, tant mieux pour nous mais s'il se casse, comment continuer ?

Tentons l'étage 4.
Si le vase ne se casse pas, tant mieux pour nous mais s'il se casse, nous sommes bloqués. Nous ne savons pas si le vase résiste au 2e et 3e étage et nous n'en avons plus.

Nous sommes obligés d'aller à l'étage 2 avec notre 2e vase si le premier s'est cassé. Or il nous reste 5 essais possibles, donc nous ne pourrons pas vérifier tous les étages du 2 au 9. Nous pouvons seulement vérifier du 2e au 6e étage. Il fallait donc commencer au 7e étage.

Le schéma suivant nous donne la marche à suivre pour vérifier de façon optimale un maximum d'étages (il faut partir à gauche si le vase se casse ou à droite s'il résiste).



Cela nous permet de comprendre que l'immeuble compte au maximum **22 étages**.